

格子 QCD 計算への応用に向けたテンソルくりこみ群法の開発

Development of tensor renormalization group methods toward lattice QCD simulations

藏増 嘉伸

筑波大学計算科学研究センター

1. 研究目的

テンソルネットワーク(TN)スキームとは、多体問題を TN 形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法(モンテカルロ法など)と異なり、(i)グラスマン数を直接扱えること、(ii)計算コストの体積依存性が対数的であること、(iii)原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、などの魅力的な特徴を有している。本プロジェクトの目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群を発展させ、4次元格子 QCD 計算に適用可能なアルゴリズムを開発することである。現時点での課題として、テンソルくりこみ群の(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、という4つが挙げられる。

2. 研究成果の内容

平成30年度は、上記課題(i)~(iv)に対して以下のような研究の進展があった。

課題(i) : 3次元 Z_2 ゲージ理論を TN 法によって数値計算するためのアルゴリズム開発を行った。具体的には、Higher Order Tensor Renormalization Group(HOTRG)法をベースとしたアルゴリズム改良を行い、3次元 Z_2 ゲージ理論における有限温度相転移の高精度解析に成功した。現在論文を学術雑誌に投稿中である。今後は、非可換ゲージ理論への応用に取り組む予定である。

課題(ii), (iii) : 一般的に、TN 法はモデルの次元が上がるにつれて計算コストが増大する。そのため、これまで TN 法の主な応用例は2次元モデルに限られており、4次元モデルへの適用例は存在しない。われわれは、4次元における最も簡単なモデルであるイジングモデルに対して HOTRG 法を応用し、相転移現象の解析を試みた。その際、不純物テンソル法と呼ばれるグリーン関数計算手法を用いて内部エネルギーを計算し、その温度・体積依存性を詳細に調べることによって相転移の次数決定を可能とした。現在磁化の計算に取り組んでおり、その結果が得られた後、論文の取り纏めの作業に入る予定である。

課題(iv) : 素粒子標準理論およびそれを超える理論の重要な構成要素としてスカラー

理論における自発的対称性の破れがある。その低次元モデルとして2次元 ϕ^4 理論に着目し、TN法による自発的対称性の破れの解析に取り組んだ。具体的には、自発的対称性の破れが起きる臨界結合定数の高精度計算を行い、これまで他の数値計算手法で得られている結果との比較を行った。現在論文を学術雑誌に投稿中である。この研究により、TN法による自発的対称性の破れの解析手法が確立した。今後は、有限密度複素スカラー場理論などのより興味深いモデルの解析に取り組む予定である。

3. 学際共同利用として実施した意義

TNスキームに基づくアルゴリズムでは、一般に、特異値分解に基づいた重要度の高い自由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する。テンソルくりこみ群において最も計算コストを要する部分はテンソルの縮約計算であり、この計算の大部分は行列行列積として実装可能である。2次元モデルの場合は、全体の計算時間の約半分を行列行列積計算が占める。次元が高くなると、この割合は更に増大し、4次元モデルでは8割以上に達する。行列行列積は演算律速であり、MICの高い演算性能を十分に活用することができる。したがって、COMAのMICを用いた演算加速機構およびOakforest-PACSは本プロジェクトに非常に適した計算機システムであり、それらの利用はTNスキームに基づく数値計算にとって極めて有用である。

4. 今後の展望

引き続き、(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、という4つの方向性で研究開発を継続していく。

5. 成果発表

(1) 学術論文

“Tensor network analysis of critical coupling in two dimensional ϕ^4 theory”

Daisuke Kadoh, Yoshinobu Kuramashi, Yoshifumi Nakamura, Ryo Sakai,
Shinji Takeda and Yusuke Yoshimura,
arXiv:1811.12376 [hep-lat].

“Three-dimensional finite temperature Z_2 gauge theory with tensor network scheme”

Yoshinobu Kuramashi and Yusuke Yoshimura,
arXiv:1808.08025 [hep-lat].

(2) 学会発表

[口頭発表]

Yoshinobu Kuramashi,
“Application of tensor network scheme to particle physics”,
Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA 2018-2019),
R-CCS, Kobe, Japan, December 3-6, 2018.

Ryo Sakai, Daisuke Kadoh, Yoshinobu Kuramashi, Yoshifumi Nakamura, Sinji
Takeda, and Yusuke Yoshimura,
“Tensor network study of two dimensional lattice ϕ^4 theory”,
The 36th Annual International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice
2018),
Michigan State University, East Lansing, MI, USA, July 22–28, 2018.

Yusuke Yoshimura and Yoshinobu Kuramashi,
“ Z_2 gauge theory with tensor renormalization group”,
The 36th Annual International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice
2018),
Michigan State University, East Lansing, MI, USA, July 22–28, 2018.

吉村友佑, 藏増嘉伸,
“テンソルくりこみ群による3次元有限温度 Z_2 ゲージ理論”
日本物理学会 第74回年次大会,
九州大学伊都キャンパス, 福岡, 3月14日-17日, 2018年.

秋山進一郎, 藏増嘉伸, 吉村友佑, 山下巧,
“高次テンソル繰り込み群を用いた4次元 Ising 模型の比熱の解析”,
日本物理学会 第74回年次大会,
九州大学伊都キャンパス, 福岡, 3月14日-17日, 2019年.

坂井涼, 加堂大輔, 藏増嘉伸, 中村宜文, 武田真滋, 吉村友佑,
“テンソルくりこみ群による2次元 ϕ^4 理論の臨界結合定数の計算”,
日本物理学会 2018年秋季大会,
信州大学松本キャンパス, 松本, 9月14日-17日, 2018年.

(3) その他

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース※	
		当初配分	追加配分
COMA	○	26,040	6,510
Oakforest-PACS	○	28,800	11,520
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。			