

Grassmann テンソルネットワークによる素粒子物理学の研究とその量子計算への応用

Grassmann tensor network approach to particle physics and its application to quantum computation

秋山 進一郎

筑波大学計算科学研究センター

1. 研究目的

Grassmann テンソルネットワーク (GrassmannTN) 法は、ボソンとフェルミオンの複合系を対象にした方法論であり、素粒子物理分野を中心として、格子ゲージ理論を調べるための数値計算手法として発展してきた。GrassmannTN 法では、Grassmann 数の多重線型結合として定義される Grassmann テンソルを使って局所場の自由度を記述し、Grassmann テンソル同士の縮約によって局所場の中の相互作用が表現される。量子系をこのような Grassmann テンソルがなすネットワークとして定式化し、その縮約を実行することで、量子系の (虚) 時間発展の効率的な記述や量子系の分配関数そのものの数値計算が可能になる。その最大の利点の一つは、従来の確率論的数値計算手法における符号問題が原理的に不在となることである。

本研究では、こうした GrassmannTN 法によって得られる表現形式した効率的な数値計算手法の開発を通じて、従来の確率論的数値計算手法の適用が困難な有限密度系や量子系の実時間発展の数値解析を可能にすることを目指す。特に、GrassmannTN 法の表現形式を結節点とした量子・古典ハイブリッドアルゴリズムの研究・開発も展開していく。

2. 研究成果の内容

今年度は、昨年度からの継続研究課題として、 θ 項を含む 2 フレーバー ($N_f=2$) Schwinger 模型の解析に取り組んだ。 $N_f=1$ の場合とは対照的に、 $N_f=2$ の Schwinger 模型では、 $\theta=\pi$ において有限質量領域で臨界質量が現れないことがよく知られているが、近年の場の理論に基づく解析的な議論により、小質量領域では指数関数的に小さな質量ギャップが存在することが指摘された (R. Dempsey et al, Physical Review Letters 132, 031603, 2024)。今年度は、この場の理論による予言を GrassmannTN 法に基づく数値計算で実証することに取り組んだ。図 1 は、逆ゲージ結合 β および裸のフェルミオン質量 m_0 を用いて定義される無次元パラメータ $1/\beta m_0^2$ の関数として、この模型の $\theta=\pi$ における相関長を計算した結果である。我々の数値結果は、スタッガードフェルミオンと呼ばれる格子上でのフェルミオンの定式化に基づいており、 β を十分に大きく取って連続極限に近づけることで、小質量領域において相関長が指数関数的に大きくなる振る舞いを捉えることに成功した。質量ギャップは相関長の逆数で与えられるため、この数値結果は場の理論

による予言と無矛盾である。この結果は、場の理論による解析的予言を、経路積分形式に基づく数値計算によって初めて実証したものである（論文[1-1]）。

今年度はこの他にも、格子場の理論が持つ大域的対称性によるツイストを活用した臨界現象の探索手法の開発（論文[1-2, 1-5]）、有限温度の格子ゲージ理論に対するテンソルネットワーク計算手法の開発と応用（論文[1-3]）、角転送行列繰り込み群を用いた Gross-Neveu-Wilson 模型の相構造解析（論文[1-4]）などに取り組み、その成果をプレプリントサーバーで公開した。

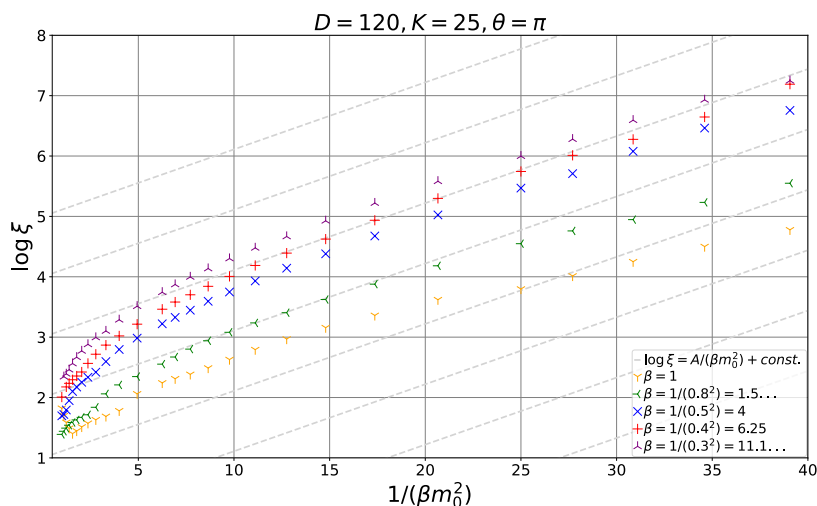


図 1: 小質量領域における Schwinger 模型の相関長。点線が場の理論による解析的な予言を表しており、 β を大きくしていくと数値計算の結果が場の理論の予言と整合的な振る舞いを示していることが分かる。

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

本研究では、テンソル繰り込み群（TRG）と呼ばれるテンソルネットワークの近似的縮約アルゴリズムを用いた数値計算に取り組んでいる。この TRG のアルゴリズムは行列・行列積及び行列の特異値分解（SVD）によって構成されている。TRG の近似精度はボンド次元で制御されるが、ボンド次元を大きくするほど行列・行列積及び SVD で取り扱われる行列のサイズが増大する。行列・行列積の計算では、並列計算や GPU による加速が有効である。また、メモリの大きな計算機ではボンド次元を大きくすることができ、TRG 計算との相性が良い。そのため、学際共同利用プログラムで提供された Pegasus、Miyabi は、本研究プロジェクトを遂行する上で有益な計算機環境となっている。

4. 今後の展望

今年度開発した Schwinger 模型に対する GrassmannTN 法をさらに発展させ、非可換ゲージ理論への拡張を進めていく。また、GrassmannTN 法を応用して、フェルミオン量子プロセッサに対するテンソルネットワーク・シミュレーション手法の開発にも継続して取り

組んでいく。加えて、今年度の研究によって得られた大域的対称性によるツイストを用いた相転移解析手法の有限密度系への応用、Gross–Neveu–Wilson 模型の相構造におけるフレーバー数依存性の探索なども進めていく。

5. 成果発表

(1) 学術論文

- [1-1] Hayato Kanno, Shinichiro Akiyama, Kotaro Murakami, Shinji Takeda, “Grassmann tensor renormalization group for the massive Schwinger model with a θ term using staggered fermions,” *Journal of High Energy Physics* 11, 036, 2025.
- [1-2] Shinichiro Akiyama, Raghav G. Jha, Jun Maeda, Yuya Tanizaki, Judah Unmuth-Yockey, “Tensor renormalization group approach to critical phenomena via symmetry-twisted partition functions,” Accepted by *Physical Review D*.
- [1-3] Adwait Naravane, Yuto Sugimoto, Shinichiro Akiyama, Jutho Haegeman, Atsushi Ueda, “Deconfinement from Thermal Tensor Networks: Universal CFT signature in (2+1)-dimensional ZN lattice gauge theory,” arXiv:2602.13124 [hep-th], submitted.
- [1-4] Jian-Gang Kong, Shinichiro Akiyama, Tao Shi, Z. Y. Xie, “Phase diagram of the single-flavor Gross–Neveu–Wilson model from the Grassmann corner transfer matrix renormalization group,” arXiv:2602.21705 [hep-lat], submitted.
- [1-5] Shinichiro Akiyama, Raghav G. Jha, Jun Maeda, Yuya Tanizaki, Judah Unmuth-Yockey, “Tensor renormalization group approach to the $O(2)$ models via symmetry-twisted partition functions,” arXiv:2603.02739 [hep-lat], submitted.
- [1-6] Shinichiro Akiyama, “Renormalization group on tensor networks,” arXiv:2603.02741 [hep-lat], submitted.

(2) 研究発表

- [2-1] Shinichiro Akiyama, “Tensor renormalization group approach for lattice gauge theories,” Recent Developments and Challenges in Tensor Networks: Algorithms, Applications to science, and Rigorous theories, Kyoto University, 31st Jul. 2025 (invited).
- [2-2] Shinichiro Akiyama and Sayan Mukherjee, “Tensor network formulation of the

lattice Yang-Mills theory with spectral clustering,” SQAI-NCTS Workshop on Quantum Technologies and Machine Learning, National Taiwan University, 28th Aug. 2025.

[2-3] 秋山進一郎, Raghav G. Jha, 前田潤, 谷崎佑弥, Judah Unmuth-Yockey, 「Tensor renormalization group approach to critical phenomena via twisted partition functions」, 日本物理学会第 80 回年次大会 (2025 年), 広島大学 2025 年 9 月 18 日.

[2-4] Ho Pai Kwok, Shinichiro Akiyama, Synge Todo, “Lattice two-color QCD with Wilson fermion at finite density by Grassmann tensor renormalization group,” 80th Annual Meeting of Physical Society of Japan 2025, Hiroshima University, 18th Sep. 2025.

[2-5] Hayato Kanno, Shinichiro Akiyama, Kotaro Murakami, Shinji Takeda, “Grassmann Tensor Renormalization Group for $N_f = 2$ massive Schwinger model with a theta term,” Seminar, RIKEN R-CCS, 24th Sep. 2025.

[2-6] 秋山進一郎, 「Tensor renormalization group approach to critical phenomena via twisted partition functions」, サステイナブル量子 AI 研究拠点第 6 回全体会議, 理研 R-CCS, 2025 年 9 月 29 日.

[2-7] Shinichiro Akiyama, Raghav G. Jha, Jun Maeda, Yuya Tanizaki, Judah Unmuth-Yockey, “Tensor renormalization group approach to critical phenomena via twisted partition functions,” The 42nd International Symposium on Lattice Field Theory, Tata Institute of Fundamental Research, 5th Nov. 2025.

[2-8] Shinichiro Akiyama, “Renormalization group on tensor networks,” The 42nd International Symposium on Lattice Field Theory, Tata Institute of Fundamental Research, 8th Nov. 2025 (invited).

[2-9] Shinichiro Akiyama, “Tensor renormalization group approach to the (1+1)-dimensional U(1) gauge theory with a topological θ term,” Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA) 2025, National Cheng Kung University, 17th Dec. 2025 (invited).

[2-10] 秋山進一郎, Raghav G. Jha, 前田潤, 谷崎佑弥, Judah Unmuth-Yockey, 「Tensor renormalization group approach to critical phenomena via symmetry-twisted partition

functions」, 日本物理学会 2026 年春季大会, オンライン, 2026 年 3 月 25 日.

(3) その他

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース※		
		当初配分	移行*	一般利用による追加
Pegasus	○	5000		0
Miyabi-G	○	15000	0	0
Miyabi-C	○	2000	0	0
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入				