

θ 項を含むゲージ理論の CP 対称性と閉じ込め現象の数値的研究

Numerical study on CP symmetry and confinement of gauge theories with the theta term

松本 祥
大阪公立大学

1. 研究目的

素粒子の性質を微視的に記述する標準模型では、量子色力学(QCD)をはじめとしたゲージ理論が中心的な役割を担っている。ゲージ理論にはトポロジカル(場の連続変形に対して不変)な性質があり、トポロジカル電荷と呼ばれる物理量によって特徴づけられる。トポロジカル電荷は θ パラメーターと共にゲージ理論の作用に導入することができ、これをトポロジカル θ 項と呼ぶ。本研究の目的は、ゲージ理論におけるトポロジカル θ 項が CP 対称性と閉じ込め現象に与える影響を解明することである。

2. 研究成果の内容

荷電共役・パリティ変換(CP 変換)は θ パラメーターの符号を反転させるため、一般に θ 項は CP 対称性を破る。しかし、トポロジカル電荷が整数値となる性質により、分配関数は θ について 2π の周期性を持つ。そのため、 $\theta = \pi$ は符号の反転に対して不変であり、分配関数が CP 対称となる特別な点である。

近年、't Hooft anomaly を用いた研究[1]により、 θ 項を含む 4 次元 SU(N)ゲージ理論の $\theta = \pi$ における CP 対称性と非閉じ込め相転移の関係が調べられた。それによると、CP 対称性が低温で自発的に破れている場合、必ず非閉じ込め相転移と同じかそれより高温で回復するという理論的予測が得られる。実際、large N の場合、低温では CP 対称性が自発的に破れており、温度を上げると非閉じ込め相転移と同時に CP 対称性が回復することが判明している[2,3]。一方、N が小さい場合についての解析的な結果は知られていないが、本研究グループはこれまでに、SU(2)の場合の CP 対称性の温度変化を数値計算によって調べた[4,5]。その結果、SU(2)の場合は large N とは異なり、非閉じ込め相転移よりも高温側で CP 対称性が回復することを示唆する結果を得た。また、SU(3)の場合、超対称性ゲージ理論を用いた研究[6]では、large N の場合と同様に 2 つの相転移が同時に起こると予想されている。本研究では、SU(2)と SU(3)の相構造に本質的な違いが現れるかどうかに着目して解析を行った。

トポロジカル θ 項は摂動計算には現れず、純粋に非摂動的な効果を与えるため、その解析には格子ゲージ理論による非摂動計算が有効である。しかし、 θ 項を含む作用は複素数であり、符号問題が生じるため、直接的なモンテカルロ計算は困難である。そこで本研究では、 θ を純虚数に置き換えたモデルを用いることで実数の作用を定義

し、符号問題を回避してモンテカルロ計算を行った。そして、得られた物理量を解析接続することにより、本来の実数 θ における物理量を推定した。

また、格子ゲージ理論において素朴に定義されたトポロジカル電荷は、紫外揺らぎによってトポロジカルな性質が失われてしまう。そこで本研究では、**stout smearing** [7]をハイブリッド・モンテカルロ法に組み込むことで紫外揺らぎの影響を低減し、トポロジカルな性質を可能な限り回復させて計算を行った。

以下では、格子サイズ $16^3 \times 5$ における計算結果を記す。はじめに、CP 対称性の秩序変数であるトポロジカル電荷期待値の虚数 θ 依存性を計算し、それを θ の多項式関数でフィッティングした。そして、異なる温度ごとに得られた虚数 θ の多項式を実数 θ へと解析接続した。その結果を図 1 に示す。グラフの右端が $\theta = \pi$ に対応しており、そこでトポロジカル電荷期待値がゼロになることは、 $\theta = \pi$ における CP 対称性の回復を意味する。この結果は、温度 $T/T_c = 0.96$ 付近で CP 対称性が回復することを示唆している。

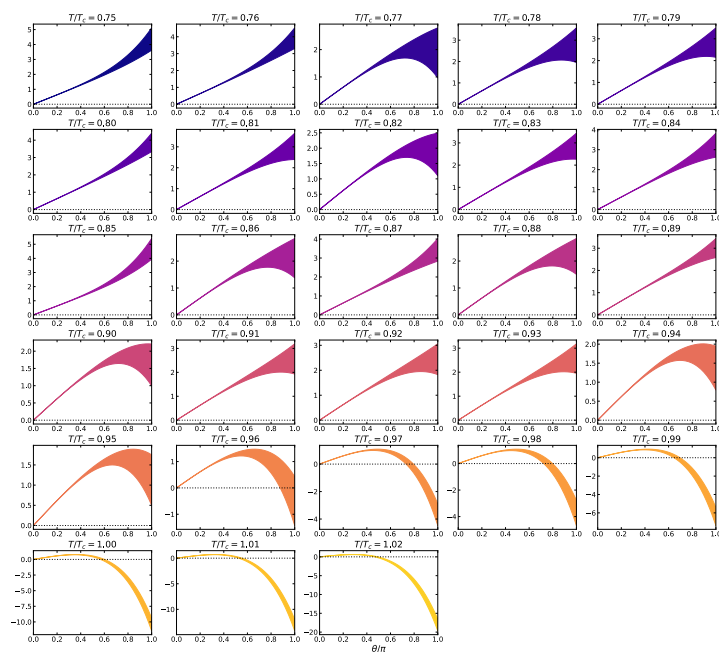


図 1
異なる温度において計算したトポロジカル電荷期待値の虚数 θ 依存性を、実数 θ に解析接続した結果。横軸は θ/π であり、右端が $\theta = \pi$ に対応する。

また、Polyakov ループ感受率から虚数 θ における非閉じ込め相転移温度を調べ、それを多項式関数を用いて実数 θ に解析接続した結果を図 2 に示す。この素朴な推定によると、 $\theta = \pi$ における非閉じ込め相転移温度は $0.75 < T/T_c < 0.8$ 程度である。したがって、CP が回復する温度は非閉じ込め相転移温度よりも高くなっている。これは、SU(3)ゲージ理論の $\theta = \pi$ における相図は、我々の先行研究で得られた SU(2) の場合の相図に近いことを示唆している。ただし、この結果は単一の格子サイズで得られたものであり、有限体積効果を考慮していないことに注意が必要である。

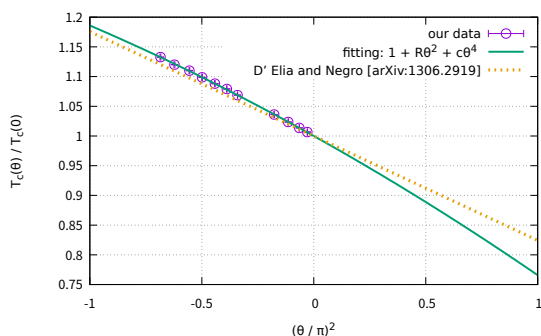


図 2

Polyakov ループ感受率から求めた虚数 θ における非閉じ込め相転移温度と、それを実数 θ に解析接続した結果。横軸は $(\theta/\pi)^2$ であり、右端が $\theta = \pi$ に対応する。

- [1] D. Gaiotto, A. Kapustin, Z. Komargodski, and N. Seiberg, JHEP 05 (2017) 091.
- [2] E. Witten, Annals Phys. 128 (1980) 363.
- [3] E. Witten, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 2862.
- [4] A. Matsumoto, et al., PoS LATTICE2022 (2023) 378.
- [5] A. Matsumoto, et al., PoS LATTICE2023 (2024) 193.
- [6] S. Chen, K. Fukushima, H. Nishimura, and Y. Tanizaki, Phys. Rev. D 102 (2020) 034020.
- [7] C. Morningstar and M.J. Peardon, Phys. Rev. D 69 (2004) 054501.

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

本研究は、これまでの $SU(2)$ ゲージ理論に対する研究を $SU(3)$ ゲージ理論へ応用したものであるが、群のランクが上がることで、計算コストが大きく増加した。そのため、アルゴリズムの改良を含む様々な手法によって計算量を減らすことが課題であった。学際共同利用プログラムの課題期間において、それらの手法が有効であることが確認され、実際に格子サイズ $16^3 \times 5$ における結果を得ることができた。本研究で利用した計算コードは並列性が高く、Miyabi-C の CPU において高いパフォーマンスを発揮できた。その結果、本研究で要求される計算を効率よく実行でき、研究計画の進行に大きく貢献した。

4. 今後の展望

ここまで得られた結果は、中程度の格子サイズにおけるものであり、有限体積効果が比較的大きい可能性が考えられる。本研究プロジェクトは、最終的に無限体積極限の外挿を行った結果を得ることを目標としており、今後、より大きな格子サイズでの計算が必要になる。そのための、さらなるアルゴリズムの改良を予定している。また、2026 年度の Miyabi の利用課題として採択されており、引き続き研究を継続する予定である。

5. 成果発表

(1) 学術論文

1. *Phase diagram of 4D $SU(3)$ Yang-Mills theory at $\theta=\pi$ via imaginary theta simulations*, Akira Matsumoto, Mitsuaki Hirasawa, Jun Nishimura, Atis Yosprakob, PoS(LATTICE2025)187

(2) 学会発表

1. 「レプリカ交換モンテカルロ法を用いた虚数 θ における 4 次元 SU(3) ゲージ理論の数値解析」, 松本祥, 平沢光昭, 西村淳, Atis Yosprakob, 日本物理学会 第 80 回年次大会(2025 年), 広島, 2025 年 9 月
2. *Phase diagram of 4D SU(3) Yang-Mills theory at $\theta=\pi$ via imaginary theta simulations*, Akira Matsumoto, The 42nd International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2025), Mumbai, India, Nov. 2025
3. *Theta dependence of the deconfining temperature in SU(3) Yang-Mills theory via imaginary theta simulations*, Mitsuaki Hirasawa, The 42nd International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2025), Mumbai, India, Nov. 2025

(3) その他

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース※		
		当初配分	移行*	一般利用による追加
Pegasus				
Miyabi-G				
Miyabi-C	○	5166 NH		
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入				