

sub-volume 法を用いた 4 次元ゲージ理論の研究

Study of 4d gauge theories with sub-volume method

山田憲和

高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核研究所理論センター

1. 研究目的

素粒子の相互作用を記述するゲージ理論は、ゲージ変換で移り変わるものを同一視するというゲージ原理に従って構成され、その同一視の過程でトポロジカルな巻きつき数をもつ場の配位が可能となる。その非自明な配位の経路積分への寄与の重みをコントロールするパラメータが角度 θ である。 θ の変化に対し理論がどのような反応を示すのか、相構造はどうなっているのか等々、インスタントン解の発見以降、様々な議論がなされてきた。本プロジェクトの目的は、トポロジカルに非自明な配位は真空の形成や構造にどのような影響を及ぼすのか？という問いに答えることであり、格子ゲージ理論に基づく数値シミュレーションを通じてそのような配位が果たす役割についての理解を深めることである。

Yang-Mills 理論の真空エネルギーは θ の関数として $\theta = 0$ で極小となることは経路積分の正定値性から示される。4 次元時空において θ を大きくしていくと諸量がどう振る舞うかは明らかではなかったが、近年 $SU(N)$ 群の中心 Z_N のアノマリーマッチングやトラス上の $SU(N)/Z_N$ ゲージ理論の考察から、 $SU(N)$ Yang-Mills 理論の $\theta = \pi$ の点で真空エネルギーは滑らかではなく、自発的 CP の破れ、もしくは質量ギャップの消滅（つまり非閉じ込め相転移）が起こることが示された。自発的 CP の破れは $1/N$ 展開の第ゼロ近似 ($N \rightarrow \infty$ 極限) でも予言されており、 $N > 2$ で成り立つのではないかと推測される。当プロジェクトでは、これまで $SU(2)$ Yang-Mills 理論の真空エネルギーの θ 依存性を調べてきた。その過程で新手法(sub-volume 法)を開発し、これまで符号問題のため到達不可能とされていた $\theta = \pi$ を超えて $3\pi/2$ 近くまで調べることに成功し、これにより $\theta = \pi$ で自発的 CP 対称性が破れていることを発見した。また、sub-volume 法は自由エネルギーを θ で展開した際の係数(位相感受率や 4 次のモーメントなど)の計算精度を劇的に改善することも分かり、これまで分かっていた相転移温度近傍での温度依存性を決定することができた。更に、この sub-volume 法を応用し、 θ -T 平面における相転移温度曲線(即ち、相転移温度の θ 依存性)を $\theta \sim 0.9\pi$ まで決定することができた。これら一連の研究成果は、いずれも世界で初めて得られたものであり、sub-volume 法の発明に依るところが大きい。

これまで Yang-Mills 理論をターゲットに物理の研究及び手法の開発を行ってきたが、sub-volume 法は配位に動的クォークの効果が含まれている場合でも何の変更もな

く適用可能であることに着目し、次は動的クォークを含む SU(N) ゲージ理論を研究対象として、 θ に関する諸量の計算や真空構造を明らかにすることを目指した。

2. 研究成果の内容

動的クォークの効果を取り込んだ配位の生成には十分なマシンパワーが必要となる。有限な θ を取り扱う上で動的フェルミオンとして望ましい形式は配位毎に明確な位相荷を与える overlap fermion であるが、実際問題として動的 overlap fermion の実現は計算資源的に無理である。そこで、reweighting で動的 overlap fermion の効果を取り入れる手法を検討し、試験的な計算を行った。まずは $24^3 \times 6$ の比較的小さな格子で温度 $T = 1.1 T_c$ (T_c : 臨界温度) で配位毎に小さい方から 20 個程度の固有値を計算し、reweighting により動的クォークの効果を取り入れて、配位毎の揺らぎが大きく、free energy の θ 依存性に関して統計的に有意な結果を得ることができなかった。計算する固有値の数を 2 倍から 3 倍にした計算を行おうとしたが、計算時間がかかり過ぎたため、今年度は当初目指していた成果を達成することができなかった。

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

学際共同利用-重点課題推進プログラムでは、大規模計算によって探究すべき計算科学の重点課題を推進するものであるが、大規模計算機を有しない大学・研究所の研究者にとって上述のような計算は、当プログラムを利用する以外に実現することはできなかった。従って大変貴重なプログラムであると思う。

4. 今後の展望

研究課題を再検討し、方向性を変更してアクシオンの熱的生成量の計算を行うこととした。

5. 成果発表

(1) 学術論文

Norikazu Yamada, “A kernel-derived orthogonal basis for spectral functions from Euclidean correlators”, [2603.23051](#)

(2) 学会発表

山田憲和、“SU(2) Yang-Mills 理論における臨界温度の θ 依存性”、日本物理学会 2026 春期大会@online

(3) その他

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース*		
		当初配分	移行*	一般利用による追加
Pegasus	○	14400		

筑波大学計算科学研究センター 2025 年度学際共同プログラム利用報告書

Miyabi-G	○	40500		
Miyabi-C	○	5760		
	※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入			