

テンソルネットワーク法を用いた素粒子物理学の研究

Particle Physics with Tensor Network Scheme

藏増 嘉伸

筑波大学

1. 研究目的

テンソルネットワーク(TN)スキームとは、多体問題を TN 形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法(モンテカルロ法など)と異なり、原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、計算コストの体積依存性が対数的であること、グラスマン数を直接扱えること、分配関数そのものを計算できること、などの魅力的な特徴を有している。本プロジェクトの目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群(Tensor Renormalization Group, 略して TRG)を発展させ、4次元格子 QCD 計算を実現することである。現在の研究課題として、テンソルくりこみ群の(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、(v)物性物理学における強相関電子系への応用、という 5 つが挙げられる。

2. 研究成果の内容

2025 年度は、長期的目標である(3+1)次元有限密度 QCD の相構造解析の実現に向けて重要な進展があった。

われわれは、先ず(3+1)次元有限密度 2 カラー QCD(QC₂D)の強結合極限の相構造解析に取り組んだ。このモデルは、有限密度 QCD と同様に豊かな相構造を持つと予想されているが、自由度が少ないために計算が比較的容易であり、有限密度 QCD に取り組む前の試験的研究の機会を与えてくれる。われわれは、カイラル凝縮 $\langle\bar{\chi}\chi\rangle$ 、ダイクォーク凝縮 $\langle\chi\chi\rangle$ 、クォーク数密度 $\langle n\rangle$ を化学ポテンシャル μ の関数として計算することにより、このモデルのゼロ温度における相構造を解明することに成功した[1]。本研究は、TRG 法を(3+1)次元の QCD-like な理論に応用した世界初の成功例であり、(3+1)次元有限密度 QCD の相構造研究に向けて、多くの科学的・計算手法的知見を得ることができた。

その後、われわれは研究を(3+1)次元有限密度 QCD の強結合極限の相構造解析へと展開した。 $\langle\bar{\chi}\chi\rangle$ と $\langle n\rangle$ の一次相転移点(μ_c)のクォーク質量依存性を調べることにより、有限温度におけるカイラル相転移・核物質相転移の臨界クォーク質量(一次相転移が消失する点)の決定に成功した。また、ゼロ温度では重いクォーク質量でのカイラル相転

移・核物質相転移が一次相転移であることを示した[2]. (3+1)次元有限密度 QCD には符号問題が存在するため, これまでゼロ温度での相構造解析は困難であったが, 本研究により新たな科学的一歩を踏み出したと言える. 今後は本研究を有限結合領域へと拡張していく計画である.

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

TRG 法に基づくアルゴリズムでは, 一般に, 特異値分解に基づいた情報圧縮とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する. TRG 法において最も計算コストを要する部分はテンソルの縮約計算であり, この計算の大部分は行列行列積として実装可能である. 2次元モデルの場合は, 全体の計算時間の約半分を行列行列積演算が占める. 次元が高くなると, この割合は更に増大し, 4次元モデルでは8割以上に達する. 行列行列積は演算律速であり, GPU の高い演算性能を十分に活用することができる. したがって, Pegasus や Miyabi の GPU を用いた演算加速機構は本プロジェクトに非常に適した計算機システムであり, それらの利用は TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である.

4. 今後の展望

今後しばらくは(3+1)次元有限密度 QCD の相構造解析が中心的研究課題となると予想されるが, 並行して, 素粒子論的に興味深い低次元モデルや物性物理学における強相関電子系への TRG 法の応用にも取り組んでいく計画である.

5. 成果発表

(1) 学術論文

“Phase structure of (3+1)-dimensional dense two-color QCD at $T=0$ in the strong coupling limit with the tensor renormalization group”,

Y. Sugimoto, S. Akiyama, and Y. Kuramashi,
Physical Review D 113 (2026) 034503.

“Tensor renormalization group study of cold and dense QCD in the strong coupling limit”,

Y. Sugimoto, S. Akiyama, and Y. Kuramashi,
arXiv:2601.20690.

(2) 学会発表(招待講演のみ)

Y. Kuramashi,

“Quantum field theories with tensor renormalization group”,

Extreme Universe 2025,
YITP, Kyoto, Oct. 27-Nov. 1, 2025.

Y. Kuramashi,
“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs model at $\theta = \pi$ with Lüscher's admissibility condition”,
Topology in Lattice Systems 2026,
The University of Tokyo, Tokyo, Feb. 10-12, 2025.

S. Akiyama,
“Tensor renormalization group approach for lattice gauge theories”,
Recent Developments and Challenges in Tensor Networks: Algorithms, Applications to science, and Rigorous theories,
YITP, Kyoto, July 28-Aug. 8, 2025.

S. Akiyama,
“Renormalization group on tensor networks” (plenary),
The 42nd International Symposium on Lattice Field Theory,
Tata Institute, India, Nov. 3-8, 2025.

S. Akiyama,
“Tensor renormalization group approach to the (1+1)-dimensional U(1) gauge theory with a topological θ term”,
Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA) 2025,
National Cheng Kung University, Taiwan, Dec. 15-18, 2025.

(3) その他

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース※		
		当初配分	移行*	一般利用による追加
Pegasus	○	17,600		0
Miyabi-G	○	49,500	0	0
Miyabi-C	×	0	0	0
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入				