

## メニーコア/GPU クラスタにおける数値計算ライブラリに関する研究

### Study on numerical library on many-core/GPU cluster

高橋大介

筑波大学計算科学研究センター

#### 1. 研究目的

本プロジェクトの目的は、メニーコア/GPU クラスタにおける数値計算ライブラリの開発および性能評価を行うことである。開発する数値計算ライブラリは、高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform、以下 FFT)、数論変換 (Number-Theoretic Transform、以下 NTT) および多倍長演算である。具体的には、GPU を搭載したノードからなる Pegasus、Sirius、Miyabi-G、およびメニーコアプロセッサを搭載したノードからなる Miyabi-C において上記の数値計算ライブラリを開発を行うとともに性能評価を行い、メニーコア/GPU クラスタに適したアルゴリズムおよび最適化手法を明らかにする。

#### 2. 研究成果の内容

2025 年度は GPU クラスタにおける並列 NTT の自動チューニング手法を実現し性能評価を行った。NTT は離散フーリエ変換の有限体への一般化であり、準同型暗号や多項式乗算、そして多倍長乗算などに広く用いられている。演算と通信のオーバーラップを行う際の通信メッセージサイズの最適な分割数、および基数について最適な性能パラメータを自動的に選択するチューニング機能を実現した。並列 NTT において自動チューニングを行うことで、性能をさらに向上させることができることを示した。

さらに、Intel AVX-512 命令を用いた複数のモジュラ逆数計算の高速化を行った。モジュラ逆数は、計算数論や暗号などの分野で広く用いられている。Intel AVX-512 命令を用いて  $2^w$  を法とする複数のモジュラ逆数計算を高速化し、性能評価を行った。提案手法は、2 次収束の Newton 法と 3 次収束の Newton 法の変形の組み合わせに基づいている。Intel AVX-512 命令を用いた提案する 52 ビット実装は、Intel Xeon Platinum 8468 プロセッサにおいて Intel 64 命令および Intel AVX-512 命令を用いた 64 ビット実装と比較して、最大でそれぞれ約 11.94 倍および約 1.92 倍高速であることを示した。

#### 3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

これまでの研究成果を十分に活用し、FFT や NTT などの数値計算ライブラリを Pegasus、Miyabi-G および Miyabi-C 上で実現することにより、今後エクサスケール計算環境で科学技術計算が行われる際に、計算時間を短縮することができるものと期

待される。

#### 4. 今後の展望

本プロジェクトから得られた知見は、エクサスケール計算環境における他の並列数値計算アルゴリズムの最適化手法についても役立てることができると考えている。

#### 5. 成果発表

##### (1) 学術論文

1. Yukimasa Sugizaki and Daisuke Takahashi: Improved Implementation of Number Theoretic Transform on NVIDIA GPU with Tensor Cores, Proc. Supercomputing Asia and International Conference on High Performance Computing in Asia Pacific Region (SCA/HPCAsia 2026), pp. 142-152 (2026).
2. Yukimasa Sugizaki and Daisuke Takahashi: Improved Modular Multiplication Algorithms Using Solely IEEE 754 Binary Floating-Point Operations, IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing, Vol. 13, No. 3, pp. 1259-1271 (2025).
3. Tomoya Nagahashi and Daisuke Takahashi: Construction of Large Zero-Aware Pattern Databases for Sliding Puzzles on Distributed Memory Machines, Proc. 25th International Conference on Computational Science and Its Applications (ICCSA 2025), Part I, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 15648, pp. 272-284, Springer (2025).

##### (2) 学会発表

1. Daisuke Takahashi: Automatic Tuning for Parallel Number-Theoretic Transforms on GPU Clusters, SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing (PP26), Zuse Institute Berlin and Free University of Berlin, Berlin, Germany, March 6, 2026.
2. Daisuke Takahashi: Implementation of Parallel 3-D FFT with 2-D Decomposition on GPU Clusters, International Conference on Modern Mathematical Methods and High-Performance Computing in Science & Technology (M3HPCST-2026), GL Bajaj Group of Institutions, Mathura, India, January 28, 2026.
3. 高橋大介：Intel AVX-512 命令を用いた複数のモジュラ逆数計算の高速化，日本応用数理学会 2025 年度年会講演予稿集 (2025).
4. 高橋大介：GPU クラスタにおける並列数論変換の自動チューニング，日本応用数理学会 2025 年度年会講演予稿集 (2025).
5. 川上昌汰，高橋大介：より低精度な FFT を用いた高精度な FFT の計算手法の提案，情報処理学会研究報告，Vol. 2025-HPC-200，No. 25 (2025).

(3) その他

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース※		
		当初配分	移行*	一般利用による追加
Pegasus	○	4,400		
Miyabi-G	○	14,850	+1,200	
Miyabi-C	○	1,782	-1,500	
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入				