

Grassmann テンソルネットワークによる素粒子物理学の研究とその量子計算への応用

Grassmann tensor network approach to particle physics and its application to quantum computation

秋山 進一郎

筑波大学計算科学研究センター

1. 研究目的

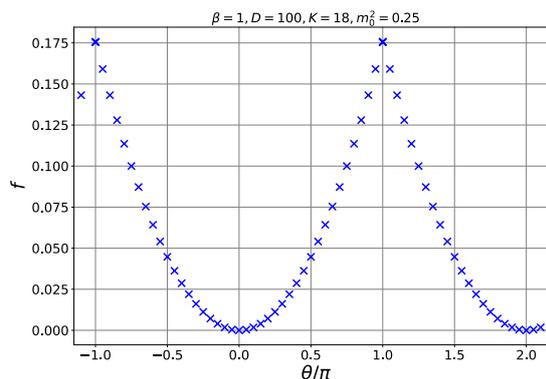
本研究プロジェクトの目的は、Grassmann テンソルネットワークを介した格子フェルミオン系の定式化を用いることで、素粒子物理学で興味を持たれつつも、符号問題によって Monte Carlo シミュレーションが困難な有限密度格子フェルミオン系やフェルミオン系のダイナミクスの数値計算を可能にしていくことである。特に本研究では、フェルミオン系そのものを量子プロセッサとして活用する新原理量子ビットを使った量子シミュレーション技術に着目し、Grassmann テンソルネットワークに基づく新しい古典計算アルゴリズムの開発、さらに Grassmann テンソルネットワークを媒介とした量子・古典ハイブリッドアルゴリズムの研究を進めていく。

2. 研究成果の内容

今年度は、トポロジカル項を含む(1+1)次元 Schwinger 模型の研究に取り組んだ。この研究では、staggered フェルミオンと呼ばれる格子フェルミオンを用いてこの模型を格子上に定式化し、2 フレーバーの模型における $\theta = \pi$ での相転移について調べた。2 フレーバーの場合、フェルミオンの質量が有限の領域では $\theta = \pi$ で常に一次相転移が起こることが解析的な議論から示唆されているが、質量が有限の領域ではトポロジカル項に起因した符号問題が生じてしまう。この符号問題を克服するために、staggered フェルミオンによる Schwinger 模型の数値計算としては、経路積分形式のテンソルネットワーク法を応用した先行研究が存在していたが、システムサイズが大きくなるにつれて計算が不安定になるという問題が報告されていた (Butt+, Phys. Rev. D101, 94509 (2020))。この先行研究では、フェルミオン自由度を直接取り扱うのではなく、world-line 表現と呼ばれる方法で模型の表現を変えた後にテンソルネットワーク計算が実行されており、有限質量領域の計算が著しく困難になる、という問題点も同論文の著者らによって指摘されていた。これに対し、本研究では Grassmann テンソルネットワークによってフェルミオン自由度を直接取り扱うことで、この模型の有限質量かつ無限体積での計算が可能になることを示し、先行研究で

指摘されていた二つの問題が

Grassmann テンソルネットワークによって一挙に解決できることを明らかにした。右図は、この模型の自由エネルギーをトポロジカル項の係数である θ パラメタについて示したものである。 θ に関して周期的な結果が得られているとともに、 $\theta = \pi$ でのピークの存在が分かる（図は文献[1-2]より引用）。他方、2



フレーバーの理論を **staggered** フェルミオンで再現するためには連続極限を取る必要があり、連続極限を取る前の格子理論では、フェルミオンの質量を小さくしていくと、 $\theta = \pi$ での一次相転移が徐々に弱くなっていくという数値結果が得られた。

この他にも、今年度は(1+1)次元の **U(1)**ゲージ・**Higgs** 模型の研究にも並行して取り組み、**Lüscher** ゲージ作用を用いたトポロジカル項を含む数値計算がテンソルネットワーク形式によって可能になることなども明らかにした。

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

本研究では、テンソル繰り込み群 (**TRG**) と呼ばれるテンソルネットワークの近似的縮約アルゴリズムを用いた数値計算に取り組んでいる。この **TRG** のアルゴリズムは行列・行列積及び行列の特異値分解 (**SVD**) によって構成されている。**TRG** の近似精度はボンド次元で制御されるが、ボンド次元を大きくするほど行列・行列積及び **SVD** で取り扱われる行列のサイズが増大する。行列・行列積の計算では、並列計算や **GPU** による加速が有効である。また、メモリの大きな計算機ではボンド次元を大きくすることができ、**TRG** 計算との相性が良い。そのため、学際共同利用プログラムで提供された **Cygnus**、**Pegasus**、**Wisteria-O** は、本研究プロジェクトを遂行する上で有益な計算機環境となっている。

4. 今後の展望

今年度は **bond-weighted TRG** と呼ばれるテンソルネットワークの粗視化アルゴリズムを用いて **Schwinger** 模型の計算に取り組んだが、**staggered** フェルミオンを使って 2 フレーバーの理論を再現するためには連続極限を取る必要があり、弱結合領域での高精度計算が不可欠となる。そこで、次年度以降は **randomized SVD** を使った **bond-weighted TRG** の開発に取り組み、さらに大きなボンド次元での計算を可能にすることを目指していく。また、今年度開発した **Schwinger** 模型に対する **Grassmann** テンソルネットワーク手法をさらに発展させ、非可換ゲージ理論への拡張を進めていく。さらに、**Grassmann** テンソルネットワークの構成方法の拡張を進め、フェルミオン量子ブ

ロセッサに対するテンソルネットワークシミュレーション手法の開発にも取り組んでいく。

5. 成果発表

(1) 学術論文

[1-1] “Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs model at $\theta = \pi$ with Lüscher's admissibility condition,”

S. Akiyama, Y. Kuramashi,

Journal of High Energy Physics 09, 086 (2024).

[1-2] “Grassmann Tensor Renormalization Group for $N_f = 2$ massive Schwinger model with a θ term,”

H. Kanno, S. Akiyama, K. Murakami, S. Takeda,

arXiv: 2412.08959, submitted.

[1-3] “Tensor renormalization group study of the two-dimensional lattice U(1) gauge-Higgs model with a topological θ term under Lüscher's admissibility condition,”

S. Akiyama, Y. Kuramashi,

Proceedings of the 41st International Symposium on Lattice Field Theory PoS (LATTICE2024) 466, 361 (2025).

[1-4] “Grassmann Tensor Renormalization Group for two-flavor massive Schwinger model with a theta term,”

H. Kanno, S. Akiyama, K. Murakami, S. Takeda,

Proceedings of the 41st International Symposium on Lattice Field Theory PoS (LATTICE2024) 466, 368 (2025).

(2) 学会発表

[2-1] H. Kanno, S. Akiyama, K. Murakami, S. Takeda,

“Grassmann Tensor Renormalization Group for two-flavor massive Schwinger model with a theta term,”

The 41st International Symposium on Lattice Field Theory,

University of Liverpool, UK, Jul. 28 – Aug. 3, 2024.

[2-2] S. Akiyama, Y. Kuramashi,

“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs model at $\theta = \pi$ with Lüscher's admissibility condition,”

The 41st International Symposium on Lattice Field Theory,

University of Liverpool, UK, Jul. 28 – Aug. 3, 2024.

[2-3] 菅野颯人, 秋山 進一郎, 村上耕太郎, 武田真滋,

“Grassmann Tensor Renormalization Group for two-flavor Schwinger model with a theta term,”

場の理論と弦理論 2024, 京都大学基礎物理学研究所, 2024 年 8 月 5 – 9 日.

[2-4] 菅野颯人, 秋山 進一郎, 村上耕太郎, 武田真滋,

“Grassmann Tensor Renormalization Group for two-flavor Schwinger model with a theta term,”

素粒子物理学の進展 2024 (PPP2024), 京都大学基礎物理学研究所, 2024 年 8 月 19 – 23 日.

[2-5] S. Akiyama,

“Tensor networks connecting quantum and classical computations,”

UT-RUB Joint Symposium “Cutting Edge Research For Smart Societies”,

Ruhr Universität Bochum, Germany, Sep. 5, 2024.

[2-6] 菅野颯人, 秋山 進一郎, 村上耕太郎, 武田真滋,

“Grassmann Tensor Renormalization Group for $N_f = 2$ massive Schwinger model with a θ term,”

日本物理学会第 79 回年次大会, 北海道大学, 2024 年 9 月 16 – 19 日.

[2-7] S. Akiyama,

“Tensor network toward the lattice QCD,” **[invited]**

Recent Progress in Many-Body Theories, University of Tsukuba, Japan, Sep.

23 – 27, 2024.

[2-8] H. Kanno, S. Akiyama, K. Murakami, S. Takeda,

“Grassmann Tensor Renormalization Group for two-flavor Schwinger model with a theta term,” **[invited]**

PCTS-Simons Collaboration Confinement and QCD Strings, Princeton Center for Theoretical Science, Princeton University, USA, Nov. 10 – 12, 2024.

[2-9] S. Akiyama, Y. Kuramashi,

“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs model at $\theta = \pi$ with Lüscher's admissibility condition,”

KEK Theory Workshop 2024, KEK, Japan, Dec. 11 – 13, 2024.

[2-10] 秋山進一郎,

“格子場の理論におけるテンソルネットワークと繰り込み群,” **【招待有】**

計算物理春の学校 2025, 沖縄県市町村自治会館, 2025 年 3 月 10 – 14 日.

[2-11] 秋山進一郎, 藏増嘉伸,

“Tensor renormalization group study of (1 + 1)-dimensional U(1) gauge-Higgs model at $\theta = \pi$ with Lüscher's admissibility condition,”

日本物理学会 2025 年春季大会, オンライン, 2025 年 3 月 18 – 21 日.

(3) その他

使用計算機	使用計算機に ○	配分リソース※		
		当初配分	移行*	追加配分
Cygnus	○	1,600	0	0
Pegasus	○	4,000	0	0
Wisteria/BDEC-01	○	40,000	-	0
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入				