

## メニーコア/GPU クラスタにおける数値計算ライブラリに関する研究

### Study on numerical library on many-core/GPU cluster

高橋大介

筑波大学計算科学研究センター

#### 1. 研究目的

本プロジェクトの目的は、メニーコア/GPU クラスタにおける数値計算ライブラリの開発および性能評価を行うことである。開発する数値計算ライブラリは、高速フーリエ変換（Fast Fourier Transform、以下 FFT）および多倍長演算である。具体的には、メニーコアプロセッサである A64FX を搭載したノードからなる Wisteria-O、GPU を搭載したノードからなる Cygnus および Pegasus において上記の数値計算ライブラリを開発を行うと共に性能評価を行い、メニーコア/GPU クラスタに適したアルゴリズムおよび最適化手法を見出す。

#### 2. 研究成果の内容

2024 年度は数論変換（Number Theoretic Transform、以下 NTT）の並列化および性能評価を行った。NTT は複素数上の離散フーリエ変換を環や体上に一般化したものであり、準同型暗号や多項式の乗算、そして多倍長乗算に用いられている。NTT のカーネルには剰余乗算が含まれているが、Montgomery 乗算を用いることで時間の掛かる除算を実質的に行うことなく、乗算、加減算およびシフト演算のみで剰余乗算を行えることが知られている。そこで、GPU クラスタにおいて MPI と OpenACC を用いて並列化を行った。性能評価の結果、提案する並列 NTT の実装は Pegasus（32 ノード、32MPI プロセス）において 745Gops の性能を示した。

さらに、GPU における 8 倍精度 FFT の実現と評価を行った。倍精度浮動小数点数（double 型）を 4 個使用して、8 倍精度浮動小数点数を表現する QD（Quad-Double）型演算を用いて 8 倍精度 FFT を実装した。加えて、OpenMP を用いて GPU で並列化を行った。同様に OpenMP を用いて CPU で並列化を行った実装と比較し、最大約 7.84 倍の高速化を実現した。また、倍精度 FFT と比べ、QD 型演算を用いた 8 倍精度 FFT は 166.2 倍の演算量を必要とするにもかかわらず、GPU で並列化を行った 8 倍精度 FFT は、cuFFT による倍精度 FFT と比べ、約 8.85 倍から約 100 倍の実行時間で計算可能であった。

#### 3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

これまでの研究成果を十分に活用し、FFT や NTT などの数値計算ライブラリを Wisteria-O、Cygnus および Pegasus 上で実現することにより、今後エクサスケール計算環境で科学技術計算が行われる際に、計算時間を短縮することができるものと期

待される。

4. 今後の展望

本プロジェクトから得られた知見は、エクサスケール計算環境における他の並列数値計算アルゴリズムの最適化手法についても役立てることができていると考えている。

5. 成果発表

(1) 学術論文

1. Daisuke Takahashi: Parallel Implementation of Number-Theoretic Transform on GPU Clusters, Proc. 24th International Conference on Algorithms and Architectures for Parallel Processing (ICA3PP 2024), Part III, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 15253, pp. 204-218, Springer (2025).
2. Shota Kawakami and Daisuke Takahashi: Implementation and Evaluation of Octuple-Precision Fast Fourier Transform on GPU, Proc. 2024 IEEE International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications (ISPA 2024), pp. 287-294 (2024).

(2) 学会発表

1. 高橋大介：GPU クラスタにおける並列数論変換の実現と評価，日本応用数理学会 2024 年度年会講演予稿集 (2024).
2. 川上昌汰，高橋大介：GPU における 8 倍精度高速フーリエ変換の実装と評価，情報処理学会研究報告，Vol. 2024-HPC-194, No. 2 (2024).

(3) その他

| 使用計算機                                                              | 使用計算機に<br>○ | 配分リソース※ |     |      |
|--------------------------------------------------------------------|-------------|---------|-----|------|
|                                                                    |             | 当初配分    | 移行* | 追加配分 |
| Cygnus                                                             | ○           | 3,200   |     |      |
| Pegasus                                                            | ○           | 2,000   |     |      |
| Wisteria/BDEC-01                                                   | ○           | 28,000  |     |      |
| ※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。<br>*バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入 |             |         |     |      |