

テンソルネットワーク法を用いた素粒子物理学の研究

Particle Physics with Tensor Network Scheme

藏増 嘉伸

筑波大学

1. 研究目的

テンソルネットワーク(TN)スキームとは、多体問題を TN 形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法(モンテカルロ法など)と異なり、原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、計算コストの体積依存性が対数的であること、グラスマン数を直接扱えること、分配関数そのものを計算できること、などの魅力的な特徴を有している。本プロジェクトの目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群(Tensor Renormalization Group, 略して TRG)を発展させ、4次元格子 QCD 計算を実現することである。現在の研究課題として、テンソル繰り込み群の(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、(v)物性物理学における強相関電子系への応用、という 5 つが挙げられる。

2. 研究成果の内容

2024 年度は、上記課題(i)~(v)のうち、特に(iv)に関して以下に述べるような重要な進展があった。

θ 項(トポロジカル項)入りのゲージ理論は、 $\theta = \pi$ で CP などの離散対称性の自発的破れを引き起こし、素粒子物理にとって大変興味深いモデルである。しかしながら、 θ 項の導入は符号問題を引き起こすため、これまでその非摂動的な性質を数値的に調べることは難しかった。われわれは 2次元の θ 項入り U(1)ゲージ Higgs モデルの相構造解析に対してテンソル繰り込み群を応用した。このモデルは、Higgs 粒子の質量が重い場合に $\theta = \pi$ で一次相転移を起こすが、質量が軽くなるにつれて一次相転移は徐々に弱くなり、臨界終点で一次相転移が消失する。われわれは、テンソル繰り込み群を用いて臨界終点の Higgs 質量を決定するとともに、その点での相転移が 2次元イジングモデルのユニバーサリティクラスに属することを示した。さらに特筆すべき点として、本研究において Lüscher 型の U(1)ゲージ作用を採用していることが挙げられる。この作用は、格子上においてゲージ場のトポロジカルな性質を厳密に議論するために提案されたものであるが、Monte Carlo 法を用いた配位生成においてエルゴード性を満たすことが困難であるため、数値的手法による非摂動的研究はなされてこ

なかった。しかしながら、テンソル繰り込み群は分配関数そのものを計算できるため、Monte Carlo 法におけるエルゴード問題は存在しない。われわれは、本研究により、テンソル繰り込み群が Monte Carlo 法における符号問題だけでなくエルゴード問題も同時に解決していることを実証した。

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

TRG 法に基づくアルゴリズムでは、一般に、特異値分解に基づいた重要度の高い自由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する。TRG 法において最も計算コストを要する部分はテンソルの縮約計算であり、この計算の大部分は行列行列積として実装可能である。2 次元モデルの場合は、全体の計算時間の約半分を行列行列積計算が占める。次元が高くなると、この割合は更に増大し、4 次元モデルでは 8 割以上に達する。行列行列積は演算律速であり、メニーコアや GPU の高い演算性能を十分に活用することができる。したがって、Cygnus/Pegasus の GPU を用いた演算加速機構および Wisteria-O は本プロジェクトに非常に適した計算機システムであり、それらの利用は TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である。

4. 今後の展望

従来通り、(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、(v)物性物理学における強相関電子系への応用という 5 つの方向性で研究開発を継続していく計画である。

5. 成果発表

(1) 学術論文

“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs model at $\theta = \pi$ with Lüscher’s admissibility condition”,
S. Akiyama, and Y. Kuramashi,
Journal of High Energy Physics 09, 086 (2024).

“Quantum phase transition of (1+1)-dimensional O(3) nonlinear sigma model at finite density with tensor renormalization group”,
X. Luo, and Y. Kuramashi,
Journal of High Energy Physics 11, 144 (2024).

(2) 学会発表

S. Akiyama* and Y. Kuramashi (*は発表者を表す),
“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs
model at $\theta=\pi$ with Lüscher's admissibility condition”,
41st International Symposium on Lattice Field Theory,
University of Liverpool, UK, July 28-Aug. 3, 2024.

X. Luo and Y. Kuramashi*,
“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional O(3) nonlinear
sigma model w/ and w/o finite chemical potential”,
41st International Symposium on Lattice Field Theory,
University of Liverpool, UK, July 28-Aug. 3, 2024.

S. Akiyama,
“Tensor networks connecting quantum and classical computations”,
UT-RUB Joint Symposium "Cutting Edge Research For Smart Societies",
Ruhr Universität Bochum, Germany, Sep. 5, 2024.

S. Akiyama,
“Tensor network toward the lattice QCD” (招待講演),
Recent Progress in Many-Body Theories,
University of Tsukuba, Japan, Sep. 23-27, 2024.

X. Luo and Y. Kuramashi*,
“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs
model at $\theta=\pi$ with Lüscher's admissibility condition” (招待講演),
German Japanese Workshop 2024,
Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Germany, Sep. 25-27, 2024.

S. Akiyama* and Y. Kuramashi,
“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs
model at $\theta=\pi$ with Lüscher's admissibility condition”,
KEK Theory Workshop 2024,
KEK, Tsukuba, Japan, Dec. 11-13, 2024.

秋山進一郎,
“格子場の理論におけるテンソルネットワークと繰り込み群” (招待講演),

計算物理春の学校 2025,
沖縄県市町村自治会館, 沖縄, 3 月 10-14 日, 2025 年.

秋山進一郎*, 藏増嘉伸,
“Tensor renormalization group study of (1+1)-dimensional U(1) gauge-Higgs
model at $\theta=\pi$ with Lüscher's admissibility condition”,
日本物理学会 2025 年春季大会,
オンライン, 3 月 18-21 日, 2025 年.

(3) その他

使用計算機	使用計算機に ○	配分リソース※		
		当初配分	移行*	追加配分
Cygnus	○	48000	-48000	0
Pegasus	○	0	+48000	24000
Wisteria/BDEC-01	○	160000		0
	※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 *バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入			