

乱流における流束一定状態の数値的探索

Numerical search of flux-constant states in turbulence

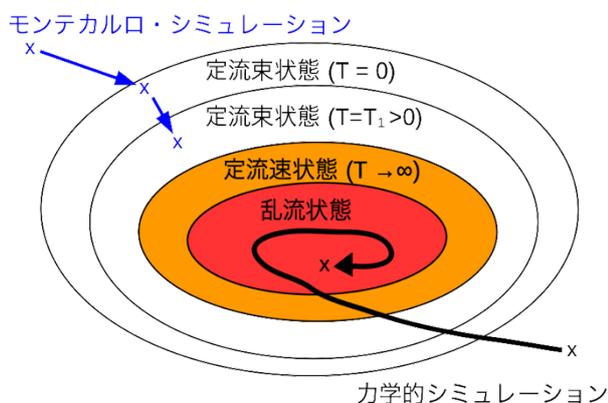
吉田 恭

筑波大学数理物質系

1. 研究目的

空気や水などの流体の乱れた状態つまり乱流は、非線形の強い力学系の著しく非平衡な状態であり、平衡系統計力学のような統計法則の理解は確立していない。これまで数値的な基礎研究は、主に支配方程式である Navier-Stokes 方程式の直接数値計算 (DNS) によって行われてきた。乱流の現象論として、エネルギーが大きいスケール (低波数) から小さいスケール (高波数) に統計的に流束一定で流れることが知られている。DNS でも、力学的時間発展でほぼ流束一定状態に緩和するのが確認されている。つまり定流束が力学時間発展で維持される状態が乱流状態の必要条件であると考えられる。そこでその状態が乱流状態の十分条件であるかを問うのは興味深い。もし (非典型的な状態を除いて) 十分条件であるならば、定流束状態のアンサンブルを考えることで、平衡系統計力学で成功しているアンサンブル理論の手法を乱流統計に導入する道が開ける。

本研究の目的は、上の問いに数値的に答えることである。具体的には、状態空間の中から時間間隔 T の間定流束を維持する状態を力学的時間発展によらずモンテカルロの手法で数値的にランダムサンプリングを行う。一方で比較対象として力学的シミュレーションで乱流状態を得る。得られた定流束状態と乱流状態の性質を比較することにより、定流束状態と乱流状態の関係を調べる。その結果は、定流束状態のアンサンブルモデルの妥当性に関する知見となるであろう (下図参照)。



2. 研究成果の内容

本研究は 2021 年度より始まり、2022 年度までには、2 次元乱流についてエンストロフ

ィー流束が波数空間上でほぼ一定になる条件が瞬時的に満たされる状態の探索をモンテカルロ法で行い、得られた状態のエネルギースペクトルを解析した。得られた状態のエネルギースペクトルは、2次元乱流エンストロフィーカスケード領域について知られるスケール則と整合した。本研究は概念的に新しい乱流のアンサンブルモデルの検証を行おうとする先駆的な内容であり、これは非自明な結果で研究の意義深い第一歩であったと言える。

更に、提案されているアンサンブルモデルが時間発展において定常であるためには、アンサンブルの元である状態も定流束の条件が瞬時的に満たされるだけでなく、時間的に（理想的には無限時間区間で）維持される必要がある。そこで、2023 年度以降の本研究では、2次元乱流についてエンストロフィー流束が波数空間上および有限時間幅 T でほぼ一定となる状態の数値的探索を行った。有限時間区間定流束が維持されているかを評価する誤差関数の計算には、実際に場を流体の方程式に基づき時間発展させる必要があり、それがモンテカルロ法の各ステップで要求されることにより、数値的探索全体が長時間となる。1 つの数値的探索の実行は並列化による高速化はあまり望まず、パラメタ設定の異なる数値的探索を並列して実行することで研究を進めた。

2024 年度までに、近似的定エンストロフィー流束が一定時間 T でほぼ維持される状態が数値的に探索し、その状態の解析を行なった。比較対象として2次元流体の力学方程式の数値的シミュレーションも行って、乱流状態を得た。数値的探索で得た近似的定エンストロフィーが有限時間区間 $T (>0)$ 維持される状態は、瞬時的な場合 ($T=0$) と同様に、力学的シミュレーションの乱流状態に近いエネルギースペクトルが得られた。更に高次モーメントに関わるスペクトルを調べると、数値探索の結果が T の増加に伴い力学的シミュレーションの乱流状態のそれに近づく結果が得られた。 T が十分大きい場合に定流束状態が乱流状態に近くなることを示唆する結果である。しかし、現段階で T の値は十分大きくはない。また数値的探索の結果は、初期状態やその他設定への依存性も見られ、確定的なことは言えない。

3. 学際共同利用プログラムが果たした役割と意義

本研究は、数値的状态検索が主要部分を占め、そこに多くの計算資源が必要である。研究開始から 4 年経過しているが独自の内容であり依然試行錯誤が多い。課題を定めた上でその中で比較的自由に高性能のスーパーコンピュータを一定量使える学際共同プログラムは本研究の性質に適しており、果たした役割は本質的であり意義も大きい。

4. 今後の展望

今後は、いよいよ現実の水や空気の流れとより関係の深い 3次元流体系の研究を行う。研究の手法は基本的に2次元流体系の場合と同様である。3次元流体の場合は、定エネルギー流束の状態をモンテカルロ法により数値探索する。まずは瞬時的 ($T=0$) に

定流束になる状態の探索から行い、その後に有限時間区間 ($T>0$) の場合の探索を行う。目標は、2次元系について得られたような、定流束状態のエネルギースペクトルやその他のスペクトルについての知見を得ることである。3次元系は2次元系より自由度数が大きいので、計算量も必然的に大きくなり、探索のための計算時間も大きくかかると予想される。また、2次元系で数値探索を行なったノウハウが大きく活用される筈であるが、2次元系と3次元系では力学系としての性質もかなり異なるので、一筋縄ではいかない可能性もある。挑戦的であるが、より現実の系に近い問題ということもあり、意義のある課題であると言える。また、2次元系についても探索状態の設定依存性など残されている課題もあり、それにも並行して取り組む。

5. 成果発表

(1) 学術論文

無し。

(2) 学会発表

- ① 吉田恭, 「波数空間および時間区間での定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル」, 京大数理解析研究所 RIMS 共同研究 (公開型) 「非平衡な乱流」 (京都大学数理解析研究所, 京都, 2024 年 7 月 24 日)
- ② Kyo Yoshida, "Numerical search of states with constant flux in wavenumber space over a finite time interval in turbulence", poster presentation, 16th Symposium on Discovery, Fusion, Creation of New Knowledge by Multidisciplinary Computational Sciences (Epochal Tsukuba International Center, 8 Oct 2024)
- ③ 吉田恭, 「波数空間および時間区間での定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル」, 日本物理学会 2025 年春季大会 (オンライン, 2025 年 3 月 18 日)

(3) その他

無し。

使用計算機	使用計算機に ○	配分リソース*		
		当初配分	移行*	追加配分
Cygnus				
Pegasus				
Wisteria/BDEC-01	○	69120		35280
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。 * バジェット移行を行った場合、「+2000」「-1000」のように記入				