

## 乱流における流束一定状態の数値的探索

### Numerical search of flux-constant states in turbulence

吉田 恭

筑波大学数理物質系

#### 1. 研究目的

空気や水などの流体の乱れた状態つまり乱流は、非線形の強い力学系の著しく非平衡な状態であり、平衡系統計力学のような統計法則の理解は確立していない。これまで数値的な基礎研究は、主に支配方程式であるNavier-Stokes (NS) 方程式の直接数値計算 (DNS) によって行われてきた。乱流の現象論として、エネルギーが大きいスケール (低波数) から小さいスケール (高波数) に統計的に流束一定で流れることが知られている。DNSでも、力学的時間発展でほぼ流束一定状態に緩和するのが確認されている。つまり流束一定が乱流状態の必要条件であると考えられる。そこで流束一定が乱流状態の十分条件であるかを問うのは興味深い。もし (非典型的な状態を除いて) 十分条件であるならば、流束一定状態のアンサンブルを考えることで、平衡系統計力学で成功しているアンサンブル理論の手法を乱流統計に導入する道が開ける。

本研究の目的は、上の問いに数値的に答えることである。具体的には、状態空間の中から流束一定の状態を力学的時間発展によらずモンテカルロ (MC) 的手法で数値的にランダムサンプリングを行い、その状態が乱流として望ましい性質を持つか調べる。

#### 2. 研究成果の内容

本研究で行うのは新しいタイプの数値計算であり、計算資源を多く使う3次元流体を扱う前に、予備的に計算資源を節約できる2次元流体を対象とした。まず周期境界条件を課した正方形領域内の2次元NS方程式の数値計算コードを作成した。プログラミング言語はFortranである。スペクトル法を用いており、非線形項は高速Fourier変換 (FFT) で計算している。具体的にはFFTEのパッケージを使っている。2次元流体にはエネルギーの他にエンストロフィーと呼ばれる非粘性保存量がある。NS方程式の数値計算で低波数領域に外力を注入し高波数領域に超粘性を適用して、2次元乱流のエンストロフィー流束がある幅の波数領域でほぼ一定となる状態を得た。この状態が後の比較のための参照状態となる。

引き続き、上記のNS方程式の数値計算のコードを一部利用して、本研究の主要な部分となる2次元流体でエンストロフィー流束が波数空間で波数 $k$ によらず一定となる状態をMC的手法で探索する数値計算コードを作成した。格子点数 $512^2$ の流れ

場について数値コードを適用して、エンストロフィー流束がほぼ一定の場が複数得られた。得られた場のエネルギースペクトル  $E(k)$  は NS 方程式の数値計算結果と同様のスケールリング  $E(k) \propto k^{-3} (\ln(k/k_0))$  を示した。この結果により、エンストロフィー流束一定の条件が乱流のエネルギースペクトルを規定するための十分条件であることが示唆された。

### 3. 学際共同利用が果たした役割と意義

MC で流束一定状態を検索する研究は、新しい萌芽的内容である。成功するかが未知数の課題に対して、小規模の計算資源から開始して試行錯誤しながら比較的自由に計算機を使用できる学際共同利用の環境の役割と意義は大きい。

### 4. 今後の展望

MC で得られた流束一定状態は、エネルギースペクトルにおいて NS 方程式の数値計算で得られた乱流場と整合したが、実際の流れ場の構造などはかなり異なる。今回 MC で得られた流束一定状態においては定常性（力学発展しても流束一定状態を保つ）は確保されておらず、今後はその条件を MC に加えて状態探索することを試みる。

また、元々の目的であった 3 次元流れ場についての MC による状態探索コードを作成して、3 次元乱流場のエネルギー流束一定状態の探索を試みる。

### 5. 成果発表

#### (1) 学術論文

- ① Kyo Yoshida, "Ensemble model of turbulence based on states of constant flux in wavenumber space", submitted to Phys. Rev. E.

#### (2) 学会発表

- ① 吉田恭, 「波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル」, 日本物理学会第 77 回年次大会（オンライン, 2022 年 3 月 17 日）

#### (3) その他

なし

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース*	
		当初配分	追加配分
Cygnus			
Oakforest-PACS	○	36,000	0
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。			