

Order/Degree 問題のためのグラフライブラリと

最適化アルゴリズムの開発

Development of Graph Library and Optimization Algorithm for Order/Degree Problem

中尾昌広 (理化学研究所)

1. 研究目的

大規模並列計算機システムにおいて、その計算ノード間を接続するネットワークのトポロジは並列アプリケーションの性能に強く影響することが知られている。近年の研究では、ランダムなトポロジが持つスモールワールド性を、並列計算機システムを含めた様々な工業製品のネットワークに応用する研究が行われている。並列計算機システムの場合、そのネットワークにランダムトポロジを採用することにより、そのネットワークの直径と平均ホップ数 (ASPL : Average Shortest Path Length) が従来の規則的なトポロジよりも小さくなるため、並列アプリケーションの性能が向上することが報告されている。しかしながら、ランダムトポロジの直径と ASPL はそれらの理論的な下界よりも大きな値をとることが多いため、直径と ASPL がより小さいグラフを設計することが重要である。

そのような背景から、グラフ理論の問題の 1 つである Order/Degree 問題が注目されている。Order/Degree 問題とは、与えられた頂点数と次数 (1 つの頂点が持つエッジの数) を満たすグラフの集合の中から、直径と ASPL が最小となるグラフを発見する問題である。例えば、並列計算機システムの計算ノードを「頂点」、ネットワークケーブルを「エッジ」とみなすことで、そのトポロジはグラフとして表現できる。このことより、Order/Degree 問題から発見されたグラフは様々な工業製品への応用が期待できる。

しかしながら、次に示す理由により、Order/Degree 問題の効率的な解法は発見されていない。(1) 与えられた頂点数と次数を満たすグラフの数は膨大であるため、すべての組合せを調べることは不可能である。(2) Order/Degree 問題を離散最適化問題として定義した場合、多数の局所解が存在するため、大域的最適解を発見することは難しい。(3) 直径と ASPL を求めるための計算量は大きいため、Simulated Annealing (SA) のようなグラフ生成を繰り返しながら最適化を行うアルゴリズムを用いる場合、膨大な計算時間が必要である。

本研究の目的は、ランダムトポロジと比べて十分に小さい直径と ASPL を持つ大規模グラフを生成できるアルゴリズムを開発することである。この目的を達成するため、次の 2 つの課題に取り組む。(1) 直径と ASPL を高速に計算できるグラフライブラリの開発。(2) (1)のグラフライブラリを用いた最適化アルゴリズムの開発。

2. 研究成果の内容

我々の昨年度までの研究成果として、小～中規模グラフ（頂点数が 1 万程度まで）において良好な性能を発揮するアルゴリズムを開発した。しかし、Order/Degree 問題を実問題に適用することを考えた場合、その頂点数は 10～100 万のオーダーになる。このため、本年度の学際共同利用では、そのような大規模グラフに関する研究を主に行った。具体的には、MPI および CUDA を用いた並列化を行い、1CPU の場合と比較して約 1600 倍の高速化を達成した。さらに、最適化アルゴリズムについても改良を加えた。我々の成果の 1 つとして、2021 年度に開催された Order/Degree 問題の国際競技会 GraphGolf において優勝したことが挙げられる。なお、本研究で開発したグラフライブラリおよび最適化アルゴリズムは <https://github.com/mnakao/ODP> で公開している。

3. 学際共同利用が果たした役割と意義

我々が開発した Order/Degree 問題のためのライブラリは複数の GPU を用いることで、ほぼ線形に計算時間を短縮できる。それを実際に確かめることができたのは、最新の GPU を多く搭載した Cygnus システムがあつてのことである。また、MPI による並列化も行い、多くの計算ノードを持つ Oakforest-PACS システムにおいても十分な性能を発揮することを確かめることができた。

4. 今後の展望

Order/Degree 問題の類似の問題として Order/Radix 問題がある。Order/Degree 問題では並列計算機システムのネットワークの直接網に対応し、Order/Radix 問題ではその間接網に対応する。並列計算機システムのネットワークの多くは間接網であるため、本研究を Order/Radix 問題にも適用できるように拡張する予定である。

5. 成果発表

(1) 学術論文

Masahiro Nakao, Maaki Sakai, Yoshiko Hanada, Hitoshi Murai, Mitsuhsa Sato. "Graph optimization algorithm for low-latency interconnection networks", *Parallel Computing*, Jul. 2021. doi:10.1016/j.parco.2021.102805

(2) 学会発表

Masahiro Nakao, Masaki Tsukamoto, Yoshiko Hanada, Keiji Yamamoto. "Graph optimization algorithm for low-latency indirect network", *HPC Asia 2022*, Online, Jan. 2022.

中尾昌広, 塚本雅生, 花田良子, 山本啓二. "Order/Radix Problem における対称性とホストの偏りを利用した最適化アルゴリズムの提案", 第 182 回 HPC 研究会, (オンライン), 2021 年 12 月

(3) その他

``Graph optimization algorithm with symmetry and biased host density for Order/Radix Problem'', Graph Golf Workshop, Nov. 2021

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース※	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	4500	0
Oakforest-PACS	○	45000	0

※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。