グルーボールの質量起源の解明

Exploring the origin of glueball mass

酒井啓太
東北大学

１．研究目的

本研究では、グルーボール質量に対するトレースアノマリーの寄与を第一原理的に計算することを目的とする。その前段階として格子 QCD 数値計算によるグルーボール二点相関関数の計算精度を向上させるための手法を開発し、その有効性の評価を行う。

２．研究成果の内容

一般に格子 QCD におけるグルーボール二点関数はゲージ配位の局所的な揺らぎの影響を受けるため精度良い計算は容易ではない。そこで従来様々なゲージ場のスメアリング手法が用いられてきた。近年広く用いられているヤン-ミルズ勾配流法[1]はそのゲージ場を拡散させる性質から一種のスメアリング手法として用いることができ、それにより統計精度が劇的に向上する。しかし勾配流法では時間方向含めた 4 方向全てにゲージ場を拡散させているため、拡散半径の内側では拡散されたゲージ場のガウス的振る舞いが支配的になり、時間方向の相関が意味をなさなくなる。さらに長時間フローさせると周期境界条件を通じて時間方向の巻きつきが発生するためにコンスタントモードが生じてしまう。この問題を避けるため、我々は勾配流法の応用として Wilson プラケット作用の空間方向の勾配を用いて定義される「空間方向のフロー」によって空間方向のゲージ場のみを拡散させる手法を提案し、その有効性の評価を行ってきた。

スタウトスメアリング[2]は比較的新しく開発された手法で、スメアリング過程において SU(3)への射影を必要としないため、リンク変数での微分可能性を保つという特徴がある。ヤン-ミルズ勾配流法はステップサイズ無限小のスタウトスメアリングに対応することが知られているため[1]、我々はスタウトスメアリングを用いてグルーボール二点関数の計算を行い、同じ拡散半径$R_d = 9.48$の空間方向のフローを用いた計算との比較を行った（図 1）。スタウトスメアリングはステップ毎にゲージ場を空間的に広げる離散的プロセス、勾配流法は拡散方程式を Runge-Kutta 法によって解くことによる連続的プロセスであり、アルゴリズムとしては異なるものであるが、この差異は計算結果には影響を与えず、ほとんど同一の結果が得られた。グルーボールの計算において十分な精度改善を得るためには、スタウトスメアリングのステップ数は O(100)

程度必要であり、通常用いられる O(10)よりもかなり大きなステップ数を取らなければならないことに注意が必要である。空間方向のフローを用いたグルーボール質量の計算について、連続極限に向けて$\beta = 6.20, 6.40, 6.71, 6.93$の 4 種類の純ゲージ配位を用いて$0^{++}$グルーボールの質量を計算し、ヤン-ミルズ勾配流法を用いた先行研究[3]、従来のスメアリングを用いた先行研究[4]との比較を行った。結果を図 2 に示す。横軸は格子間隔 a の 2 乗にとった。また縦軸・横軸ともに Sommer scale r_0を用いて無次元化した。この結果から我々の計算結果が先行研究とコンシステントであることが確かめられた。さらに統計数あたりのスメアリング手法の有効性を比較するため、次の Effectiveness index(EI)による評価を行った。

$$EI = \left[\frac{Error}{Central\ Value}\right]^2 \times (No.\ of\ measurements).$$

我々の結果と二つの先行研究[3][4]の$\beta \sim 6.4$ の質量について EI を計算したものを表 1 に示す。この結果から我々の手法は従来の手法に比べて数倍の有効性をもつことが示された。

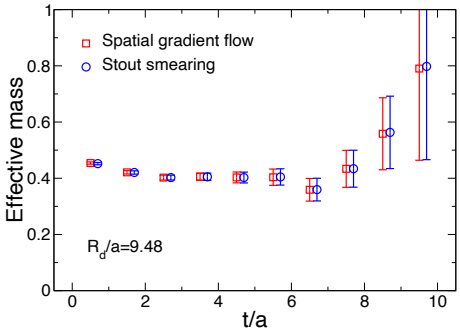

図 1: 空間方向のフローとスタウトスメアリングの比較

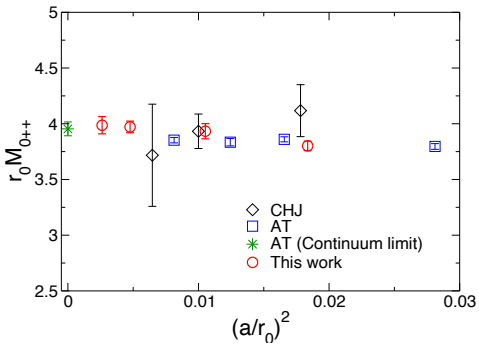

図 2: 0^{++}グルーボール質量の先行研究との比較

表 1　3 種類の異なるスメアリングを用いた計算の比較

label	β	$L^3 \times T$	N_{total}	method	aM_{0++}	EI
This work[6]	6.40	$32^3 \times 32$	3000	Spatial gradient flow	0.404(9)	1.5
				Stout smearing	0.403(9)	1.5
CHJ[3]	6.42	$32^3 \times 64$	1958	Gradient flow	0.393(15)	2.9
AT[4]	6.338	$30^3 \times 30$	80000	Conventional smearing[5]	0.4276(37)	6.0

３．学際共同利用が果たした役割と意義

本研究で行うグルーボールの格子 QCD 計算は、クォークを含まない純ゲージ理論の範囲内で行えるため、 動的クォークを含んだ格子 QCD 計算と比べるとはるかに小規模であるが、研究室で所有する ワークステーションではせいぜい24^4格子点程度の

計算しかできず、$32^4, 48^4, 64^4$格子点の計算は学際共同利用を通じたスパコン利用で可能になった。また計算のためのゲージ配位の一時保存のためには大きな Disk が必要であり、大きな Disk をもつ Cygnus の利用により計算が効率的に実行することができた。

４．今後の展望

本研究によって精度改善したグルーボール二点相関関数を用いて、エネルギー・運動量テンソルを用いたグルーボール質量計算を行う。従来格子上で繰り込まれたエネルギー・運動量テンソル演算子を構成することは時空間の並進対称性の破れから困難であったが、近年九州大学の鈴木氏によってヤン-ミルズ勾配流法を用いた構成法が提案された。この手法ではエネルギー・運動量テンソル演算子をトレースレス部とトレースアノマリー部に容易に分割することができるため、これを用いてグルーボール質量の測定及びトレースアノマリーが質量に与える寄与の測定を行う。

参考文献

[1] M. Lüscher, JHEP **08**, 071 (2010) [erratum: JHEP **03**, 092 (2014)].
[2] C. Morningstar and M. J. Peardon, Phys. Rev. D **69**, 054501 (2004).
[3] A. Chowdhury, A. Harindranath and J. Maiti, JHEP **02**, 134 (2016).
[4] A. Athenodorou and M. Teper, JHEP **11**, 172 (2020).
[5] B. Lucini, M. Teper and U. Wenger, JHEP **06**, 012 (2004).
[6] K. Sakai and S. Sasaki, Proc. Of Lattice2021 (in press).

５．成果発表

(1) 学術論文

なし

(2) 学会発表

1. K. Sakai and S. Sasaki, “An improvement of glueball mass calculations using gradient flow”, The 38th international symposium on lattice field theory, 2021

(3) その他

なし

使用計算機	使用計算機に○	配分リソース※	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	16000	0
Oakforest-PACS			
※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。			