

グラジエントフローによる 2+1 フレーバー QCD の熱力学

Thermodynamics of 2+1 flavor QCD with the gradient-flow

金谷 和至

筑波大学 宇宙史研究センター

1. 研究目的

ビッグバン直後の高温高密度な宇宙は、クォークとグルーオンが核子から溶け出したクォーク・グルーオン・プラズマ(QGP)状態にあったと予想されている。QGP 状態の存在を確かめるために、重イオン衝突実験が行われ、QGP 状態への相転移を示すいくつかの証拠が得られている。実験の興味の対象は、状態方程式の解明を始めとする QGP の物性研究へと移りつつある。

我々は、グラジエントフロー(gradient flow)という新しい計算技法に基づく SFtX 法 (small flow-time expansion method)を応用して、宇宙初期に実現したと考えられる量子色力学(QCD)の有限温度・密度相転移の性質を、ウィルソン型クォーク作用を用いた 2+1 フレーバー格子 QCD の大規模数値シミュレーションにより研究している。SFtX 法は、連続極限のくりこまれた物理量に対応する量を格子上で直接評価する一般的な計算方法である。格子による並進対称性やカイラル対称性の破れのために、これまで複雑で重い処理が要求されていたエネルギー運動量テンソル(EMT)やカイラル感受率、位相感受率なども、SFtX 法により格子で直接評価できるようになった。EMT の対角成分は状態方程式だが、この方法では、従来要求されていた非摂動的ベータ関数等の評価が不要であるだけでなく、フローによるクーリング効果によってゲージ配位の揺らぎが自然に押さえられ、従来より高精度の計算が可能である。さらに、輸送係数などの重要な情報も、EMT の非対角成分や相関関数から直接計算できると期待される。

我々は、動的クォークを含む QCD への SFtX 法の応用の第一段階として、u,d クォークが現実よりやや重い場合の 2+1 フレーバー QCD の研究を実行し、従来の方法による状態方程式を良く再現することや、カイラル感受率の disconnected 部分が相転移温度でピークを示すことを示した。また、位相感受率を、グルオンを用いた定義と、それを連続理論のカイラル関係式を用いてクォークで表し直した評価式の両方で計算し、有限の格子間隔でも両者が極めてよく一致することを、格子計算で初めて示した。これらにより、SFtX 法が極めて有用であることがわかった。並行して、SFtX 法の基本的性質と改良方法を研究した。さらに、クォークが重い極限で系統的研究を実行し、SFtX 法の様々な手法による潜熱の結果が連続極限で一致することを示し、SFtX 法の正しさと実用性を確認した。

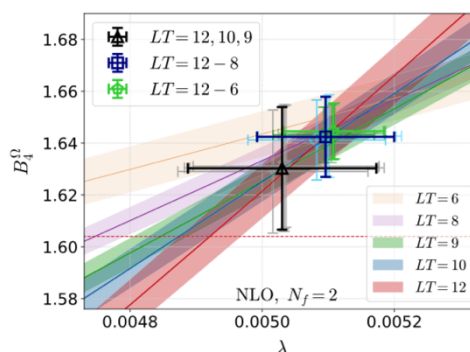
本プロジェクトでは、これらを発展させ、現実のクォーク質量 (物理点) の QCD やク

クォークが重い場合の QCD の熱力学研究を推進している。2021 年度には、物理点シミュレーションを進め、相転移温度近傍や低温領域の統計を増強した。並行して、クォークが重い場合の 2+1 フレーバー QCD で臨界点を SFIX 法と再重み付け法で研究して、臨界スケールリングが大きな空間体積で実現することを示し、それを利用して臨界点を高精度で測定した。さらに、重いクォークの効果を取り入れるホッピング・パラメータ展開の収束性を研究してその有効範囲を解明し、それを拡大する改良手法を開発した。

2. 研究成果の内容

物理点 2+1 フレーバー QCD を格子間隔 0.09 fm の場合に約 120-300 MeV の温度範囲でシミュレーションし、昨年度までに、相転移温度が 150 MeV 以下であることを示唆する中間結果を得た。ただし、相転移温度近傍や低温領域での統計量は十分なものでは無かったので、2021 年度には、相転移温度の下限を確定するために、相転移温度近傍や低温領域の統計を増強するシミュレーションを、CCS 学際共同利用などの計算機資源を投入して推進し、現在その解析を進めている（学会発表 14）。

並行して、クォークが重い場合の 2+1 フレーバー QCD の臨界点を、再重み付け法と SFIX 法で研究して、臨界スケールリングが従来採用されているより大きな空間体積で実現することを示した。右図に高精度で測定した Binder cumulant の結果を示す。臨界スケールリングが実現していれば、臨界点で空間サイズ依存性が無くなり 1 点で交差するはずだが、 $LT \geq 9$ で実現していることがわかる。この臨界スケールリングを用いることにより、熱力学極限における臨界点の値を高精度で測定することが可能になった（学術論文 1）。



クォークが重い QCD の Binder cumulant. パラメータ λ はクォーク質量を制御し、 $LT = N_s/N_t$ は空間格子サイズを制御する。

前記の研究では、クォークが重い場合の効率の良いシミュレーション方法として、ホッピング・パラメータ展開を用いた。ホッピング・パラメータ展開の有効性を確認するために、臨界点近傍における展開高次項の効果と展開の収束性を研究した。さらにホッピング・パラメータ展開の十分な高次までの効果を取り入れたシミュレーションを実現する手法を開発した。（学術論文 2）

3. 学際共同利用が果たした役割と意義

学際共同利用による計算機資源は、希望計算時間からは大きく削減されたが、現実のクォーク質量（物理点）での 2+1 フレーバー QCD シミュレーションに使われ、相転移温度近傍の統計を増強する上で重要な役割を果たした

4. 今後の展望

2021 年度の配位生成により、相転移温度近傍や低温領域の統計を 2 倍程度以上に増強

することができ、現在その解析を進めている。我々の Wilson クォークによる相転移温度は、スタガード型クォークによる先行結果より低い可能性があるが、相転移温度の精密な評価は実験的・現象論的にも重要である。また、学術論文 2 で開発した手法を用いて、より細かい格子で臨界点を研究するプロジェクトも準備中である。

5. 成果発表

(1) 学術論文

1. Atsushi Kiyohara, Masakiyo Kitazawa, Shinji Ejiri, and Kazuyuki Kanaya, "Finite-size scaling around the critical point in the heavy quark region of QCD," *Phys. Rev. D* 104, No.11, ref.1144509, pp.1-17 (2021), DOI:10.1103/PhysRevD.104.114509
2. Naoki Wakabayashi, Shinji Ejiri, Kazuyuki Kanaya, and Masakiyo Kitazawa, "Scope and convergence of the hopping parameter expansion in finite temperature QCD with heavy quarks around the critical point," *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2022, ref.033B05, pp.1-27 (2022), DOI:10.1093/ptep/ptac019
3. Yutaro Akahoshi, Sinya Aoki, Tatsumi Aoyama, Issaku Kanamori, Kazuyuki Kanaya, Hideo Matsufuru, Yusuke Namekawa, Hidekatsu Nemura, and Yusuke Taniguchi, "General purpose lattice QCD code set Bridge++ 2.0 for high performance computing," *J. Phys.: Conf. Ser.* 2207, ref.012053, pp.1-6 (2022), DOI:10.1088/1742-6596/2207/1/012053
4. Kazuyuki Kanaya, Mizuki Shirogane, Shinji Ejiri, Ryo Iwami, Masakiyo Kitazawa, Hiroshi Suzuki, Yusuke Taniguchi, and Takashi Umeda, "Latent heat and pressure gap at the first-order deconfining phase transition of SU(3) Yang-Mills theory using the small flow-time expansion method," *PoS (LATTICE 2021) 064*, pp.1-9 (2022)
5. Shinji Ejiri, "Particle density probability distribution function and center symmetry breaking in finite density lattice gauge theories," *PoS (LATTICE 2021) 531*, pp.1-9 (2022)

(2) 学会発表

1. Kazuyuki Kanaya, Mizuki Shirogane, Shinji Ejiri, Ryo Iwami, Masakiyo Kitazawa, Hiroshi Suzuki, Yusuke Taniguchi, and Takashi Umeda, "Latent heat and pressure gap at the first-order deconfining phase transition of SU(3) Yang-Mills theory using the small flow-time expansion method", *The 38th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2021)* (オンライン開催 Zoom/Gather@MIT, USA, July 26-30, 2021)
2. Shinji Ejiri, "Particle density probability distribution function and center

- symmetry breaking in finite density lattice gauge theories", The 38th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2021) (オンライン開催 Zoom/Gather@MIT, USA, July 26-30, 2021)
3. Asobu Suzuki, Yusuke Taniguchi, Hiroshi Suzuki, *Kazuyuki Kanaya, "Four quark operators for kaon bag parameter with gradient flow", 熱場の量子論とその応用 2021 (TFQT 2021) (KEK, Tsukuba, Japan (online), 8.30-9.1, 2021)
 4. Masakiyo Kitazawa, "Critical points in strongly-interacting media", Tsukuba Global Science Week (TGSW2021) (Univ. of Tsukuba (online), Sep. 6-11, 2021)
 5. 堀越 優弥, 江尻 信司, "U(1)格子ゲージ理論におけるグラディエントフローと磁気単極子", 日本物理学会 (オンライン開催, 9.14-17, 2021)
 6. 北沢 正清, 清原 淳史, 江尻 信司, 金谷 和至, "重クォーク領域の臨界点周辺における有限サイズスケーリングの精密測定", 日本物理学会 (オンライン開催, 9.14-17, 2021)
 7. 鈴木遊, 谷口裕介, 鈴木博, *金谷和至, "Four quark operators for kaon bag parameter with gradient flow", 日本物理学会 (オンライン開催, 9.14-17, 2021)
 8. Masakiyo Kitazawa, "Stress-energy-momentum tensor on the lattice", YITP workshop "QCD phase diagram and lattice QCD" (YITP, Kyoto, Japan (online), Oct. 25-29, 2021)
 9. Shinji Ejiri, "Phase structure of QCD in the heavy quark region", YITP workshop "QCD phase diagram and lattice QCD" (YITP, Kyoto, Japan (online), Oct. 25-29, 2021)
 10. Masakiyo Kitazawa, "From lattice to observables", The 8th Asian Triangle Heavy-Ion Conference (ATHIC 2021) (Inha University, Korea (online), Nov. 5-9, 2021)
 11. Masakiyo Kitazawa, "Gravitational form factors from lattice QCD", GPDs and related topics at J-PARC (KEK, Tsukuba, Japan (online), Dec. 22, 2021)
 12. 北沢 正清, 江尻 信司, 金谷 和至, "ホッピングパラメータ展開の高次項と収束性", 日本物理学会 第 77 回年次大会 (オンライン開催, 3.15-19, 2022)
 13. 江尻 信司, 金谷 和至, 北沢 正清, 若林 直輝, "重クォーク領域における臨界点決定のためのホッピングパラメータ展開の収束性", 日本物理学会 第 77 回年次大会 (オンライン開催, 3.15-19, 2022)
 14. 江尻 信司, 金谷 和至, 北沢 正清, 谷口 裕介, *鈴木 博, 梅田 貴士, "SF ϵ 法による $N_f=2+1$ フレーバーQCD の熱力学量", 日本物理学会 第 77 回年次大会 (オンライン開催, 3.15-19, 2022)

15. 堀越 優弥, 江尻 信司, "格子ゲージ理論の有限温度相転移におけるグラディエントフローと磁気単極子", 日本物理学会 第 77 回年次大会 (オンライン開催, 3.15-19, 2022)

(3) その他

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース*	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	12,150	0
Oakforest-PACS	○	255,000	0

※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。