

テンソルネットワーク法を用いた素粒子物理学の研究

Particle Physics with Tensor Network Scheme

藏増 嘉伸

筑波大学

1. 研究目的

テンソルネットワーク (TN) スキームとは、多体問題を TN 形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法 (モンテカルロ法など) と異なり、原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、計算コストの体積依存性が対数的であること、グラスマン数を直接扱えること、分配関数そのものを計算できること、などの魅力的な特徴を有している。本プロジェクトの目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群 (Tensor Renormalization Group, 略して TRG) を発展させ、4 次元格子 QCD 計算に適用可能なアルゴリズムを開発することである。現時点での課題として、テンソルくりこみ群の (i) 非可換ゲージ理論への拡張、(ii) 高次元モデルへの応用、(iii) 物理量計算のための手法開発、(iv) 素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、(v) 物性物理学における強相関電子系への応用、という 5 つが挙げられる。

2. 研究成果の内容

2021 年度は、上記課題(i)~(v)のうち、特に(v)に関して以下に述べるような重要な進展があった。

2020 年度の重要な成果として、4 次元有限密度南部-Jona-Lasinio(NJL)モデルの極低温高密度領域における一次相転移の実証に成功したことが挙げられる。これは QCD の相転移解析へ向けての重要なマイルストーンであるが、その一方で NJL モデルは物性物理学における Hubbard モデルとほぼ同じ経路積分表式で表されるため、NJL モデルにおける TRG 法の成功により、TRG 法による Hubbard モデルの相構造解析への道が開かれた。2021 年度は、まず、(1+1)次元 Hubbard モデルにおける金属-絶縁体転移の計算を行い、Bethe 仮説に基づいて理論的に予想されている臨界化学ポテンシャルの値を再現することに成功した。その後、(2+1)次元 Hubbard モデルの金属-絶縁体転移の計算を行い、(2+1)次元でも(1+1)次元の場合と同様に、任意の有限のクーロンポテンシャル $U(>0)$ において、金属-絶縁体転移が起きることを示した。

3. 学際共同利用が果たした役割と意義

TRG 法に基づくアルゴリズムでは、一般に、特異値分解に基づいた重要度の高い自

由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する。TRG 法において最も計算コストを要する部分はテンソルの縮約計算であり、この計算の大部分は行列行列積として実装可能である。2次元モデルの場合は、全体の計算時間の約半分を行列行列積計算が占める。次元が高くなると、この割合は更に増大し、4次元モデルでは8割以上に達する。行列行列積は演算律速であり、MIC や GPU の高い演算性能を十分に活用することができる。したがって、Cygnus の GPU を用いた演算加速機構および Oakforest-PACS は本プロジェクトに非常に適した計算機システムであり、それらの利用は TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である。

4. 今後の展望

従来通り、(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、(v)物性物理学における強相関電子系への応用という 5 つの方向性で研究開発を継続していく計画である。

5. 成果発表

(1) 学術論文

“Quantum Field Theories with Tensor Renormalization Group”,
S. Akiyama, Y. Kuramashi, and Y. Yoshimura,
arXiv: 2111.04240[hep-lat].

“Metal–insulator transition in the (2+1)-dimensional Hubbard model with the tensor renormalization group”,
S. Akiyama, Y. Kuramashi, and T. Yamashita,
Progress of Theoretical and Experimental Physics 2022, 023I01 (2022).

“Tensor renormalization group approach to (1+1)-dimensional Hubbard model”,
S. Akiyama and Y. Kuramashi,
Physical Review D104, 014504 (2021).

“Phase transition of four-dimensional lattice ϕ^4 theory with tensor renormalization group”,
S. Akiyama, Y. Kuramashi, and Y. Yoshimura,
Physical Review D104, 034507 (2021).

(2) 学会発表

[口頭発表]

Y. Kuramashi,

“Application of tensor renormalization group to Nambu–Jona-Lasinio model and Hubbard model” (招待講演),

International Workshop on Tensor Networks in Many Body and Lattice Field, online, Tsung-Dao Lee Institute, Shanghai Jiao Tong University, China, July 26-30, 2021.

Y. Kuramashi,

“Application of tensor renormalization group to Quantum Field Theories” (招待講演),

DWQ@25: The event marks the passage of twenty-five years since the first numerical simulations with Domain Wall Quarks (DWQ), online, Brookhaven National Laboratory, NY, USA, Dec. 13-17, 2021.

S. Akiyama,

“Tensor renormalization group approach to higher-dimensional lattice field theories” (招待講演),

Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA) 2021-2022, online, Jan. 17-21, 2022.

Y. Kuramashi, S. Akiyama, T. Yamashita, and Y. Yoshimura,

“Restoration of chiral symmetry in cold and dense Nambu–Jona-Lasinio model with tensor renormalization group”,

The 38th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2021), online, Massachusetts Institute of Technology, MA, USA, July 26-30, 2021.

S. Akiyama and Y. Kuramashi,

“Tensor renormalization group approach to (1+1)-dimensional Hubbard model”,

The 38th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2021), online, Massachusetts Institute of Technology, July 26-30, 2021.

S. Akiyama,

“Restoration of chiral symmetry in cold and dense Nambu–Jona-Lasinio model with tensor renormalization group”,

YITP workshop QCD phase diagram and lattice QCD
online, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto, Oct. 25-29, 2021.

秋山進一郎,
“Tensor renormalization group approach to higher-dimensional lattice field theories” (招待講演),
量子多体計算のフロンティア
online, 大阪大学, 大阪, 3 月 28 日-29 日, 2022 年.

秋山進一郎, 藏増嘉伸,
“テンソル繰り込み群による 1+1 次元 Hubbard 模型の研究”
日本物理学会 2021 年秋季大会 (素核宇),
online, 神戸大学, 神戸, 9 月 14 日-17 日, 2021 年.

秋山進一郎,
“Tensor renormalization group approach to (1+1)-dimensional Hubbard model”
KEK 理論センター研究会「熱場の量子論とその応用」,
online, KEK, つくば, 8 月 30 日-9 月 1 日, 2021 年.

秋山進一郎, 藏増嘉伸, 山下巧,
“Metal-insulator transition in (2+1)-dimensional Hubbard model with tensor renormalization group”
日本物理学会第 77 回年次大会,
online, 岡山大学-岡山理科大学, 岡山, 3 月 15 日-19 日, 2022 年.

(3) その他

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース*	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	12,150	0
Oakforest-PACS	○	1,000,000	0

※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。