

## 鞍点型連立一次方程式に対する階層並列型アルゴリズムの開発

### Development of a hierarchical parallel numerical algorithm for saddle point problems

多田野 寛人

筑波大学計算科学研究センター

#### 1. 研究目的

鞍点型と呼ばれる連立一次方程式は、2 行 2 列のブロック構造を有した係数行列をもつ連立一次方程式であり、偏微分方程式の初期値・境界値問題に対するメッシュレス離散化法や構造解析、流体解析などの分野で現れる。同方程式の求解手法としてクリロフ部分空間反復法の適用が考えられるが、同法の残差の収束性は極めて悪く、新たな求解アプローチが必要である。

我々は、鞍点型連立一次方程式のブロック構造を用いることにより、クリロフ部分空間反復法の適用範囲を広げ、かつ階層並列性を有する求解アプローチを構築した。本研究課題では、同アプローチを大規模並列環境において実装し、その効果を検証することを目的とする。

#### 2. 研究成果の内容

今年度は、鞍点型連立一次方程式に対する提案アプローチの OpenMP を用いた実装を行い、Cygnus の 1 ノード上で性能評価を行なった。鞍点型連立一次方程式に対してクリロフ部分空間反復法を適用しただけでは求解できなかった問題に対しても、提案アプローチを用いることで求解が可能になることを確認した。提案アプローチの内部問題では複数本の右辺ベクトルをもつ連立一次方程式が現れるが、この方程式に対してブロッククリロフ部分空間反復法を適用することで、より高速な求解が可能であることを確認した。

#### 3. 学際共同利用が果たした役割と意義

今年度は Cygnus の 1 ノード利用が主だったが、提案アプローチの有効性を示すことができ、大きな意義があったと考える。今後はより高並列な実験を予定しているが、個人所有の環境では限界があるため、学際共同利用は必要不可欠である。

#### 4. 今後の展望

現在、提案アプローチの OpenMP と MPI によるハイブリッド実装コードを開発中である。このコードを利用することで、これまで行えていなかった複数ノードにおける

性能評価が可能となり、提案アプローチの有効性を示すことができると考えられる。さらに GPU の利用を視野に入れ、より高速なコード実装を進めていく。

## 5. 成果発表

### (1) 学術論文

- ① Hiroto Tadano, Shota Ishikawa, “An efficient approach for solving saddle point problems using block structure”, *Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 114—127, 2021.
- ② Hiroto Tadano, Shota Ishikawa, “Accuracy improvement of approximate solutions generated by the method for solving saddle point problems using block structure”, *Proc. of 19<sup>th</sup> Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC 2020)*. (in press)

### (2) 学会発表

- ① Hiroto Tadano, Shota Ishikawa, “A numerical study on the acceleration of solution of saddle point problems by using Block Krylov subspace methods”, *19<sup>th</sup> Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC 2020), Virtual Conference*, Nov. 2020.
- ② 石川翔大, 多田野寛人, 齋藤歩, 3次元モデル再構成問題に現れる鞍点型連立一次方程式に対する前処理付き反復法の開発, 日本応用数理学会「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会 第30回研究会, オンライン, 2020年12月.
- ③ 石川翔大, 多田野寛人, 齋藤歩, 3次元モデル再構成問題に現れる鞍点型連立一次方程式に対する前処理付き反復法の性能評価, 日本応用数理学会 第17回研究部会連合発表会, オンライン, 2021年3月.
- ④ 石川翔大, 多田野寛人, 齋藤歩, 3次元モデル再構成問題に現れる鞍点型連立一次方程式の求解高速化, 【非線形問題の解法と可視化に関する研究会】2020年度第1回研究会, オンライン, 2021年3月.

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース*	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	3000	0
Oakforest-PACS			

※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。