

テンソルネットワーク法を用いた素粒子物理学の研究

Particle Physics with Tensor Network Scheme

藏増 嘉伸
筑波大学

1. 研究目的

テンソルネットワーク (TN) スキームとは、多体問題を TN 形式によって定式化し、高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである。既存の数値計算手法 (モンテカルロ法など) と異なり、原理的に符号問題・複素作用問題がないこと、計算コストの体積依存性が対数的であること、グラスマン数を直接扱えること、分配関数そのものを計算できること、などの魅力的な特徴を有している。本プロジェクトの目的は、TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群 (Tensor Renormalization Group, 略して TRG) を発展させ、4 次元格子 QCD 計算に適用可能なアルゴリズムを開発することである。現時点での課題として、テンソルくりこみ群の (i) 非可換ゲージ理論への拡張、(ii) 高次元モデルへの応用、(iii) 物理量計算のための手法開発、(iv) 素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、という 4 つが挙げられる。

2. 研究成果の内容

2020 年度は、上記課題 (i)~(iv) のうち、特に (ii) に関して以下に述べるような重要な進展があった。

一般的に、TRG 法はモデルの次元が上がるにつれて計算コストが増大する。そのため、これまで TRG 法の主な応用例は 2 次元モデルに限られており、4 次元モデルへの応用例は、2019 年のわれわれによる 4 次元イジングモデルの相転移解析のみであった。2020 年度、われわれは更に対象モデルを拡大し、4 次元有限密度複素スカラー理論と 4 次元有限密度南部-Jona-Lasinio (NJL) モデルの相転移解析を行った。前者において、われわれは TRG 法が複素作用問題を持つ 4 次元のモデルに対しても有効であることを実証した。他方、後者は QCD のプロトタイプモデルであり、その極低温高密度領域における一次相転移の実証に成功したことは、QCD の相転移解析へ向けての重要なマイルストーンである。また、NJL モデルは物性物理学における Hubbard モデルとほぼ同じ経路積分表式で表されるため、NJL モデルにおける TRG 法の成功により、TRG 法による Hubbard モデルの相構造解析への道が開かれた。

3. 学際共同利用が果たした役割と意義

TRG 法に基づくアルゴリズムでは、一般に、特異値分解に基づいた重要度の高い自由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する。TRG 法において最も計算コストを要する部分はテンソルの縮約計算であり、この計算の大部分は行列行列積として実装可能である。2次元モデルの場合は、全体の計算時間の約半分を行列行列積計算が占める。次元が高くなると、この割合は更に増大し、4次元モデルでは8割以上に達する。行列行列積は演算律速であり、MIC や GPU の高い演算性能を十分に活用することができる。したがって、Cygnus の GPU を用いた演算加速機構および Oakforest-PACS は本プロジェクトに非常に適した計算機システムであり、それらの利用は TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である。

4. 今後の展望

従来通り、(i)非可換ゲージ理論への拡張、(ii)高次元モデルへの応用、(iii)物理量計算のための手法開発、(iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用、という4つの方向性で研究開発を継続していくとともに、今後は5番目の課題として、Hubbard モデルの相構造解析にも取り組んでいく計画である。

5. 成果発表

(1) 学術論文

“Tensor renormalization group approach to four-dimensional complex ϕ^4 theory at finite density”,
S. Akiyama, D. Kadoh, Y. Kuramashi, T. Yamashita, and Y. Yoshimura,
Journal of High Energy Physics 2009, 177 (2020).

“Restoration of chiral symmetry in cold and dense Nambu–Jona-Lasinio model with tensor renormalization group”,
S. Akiyama, Y. Kuramashi, T. Yamashita, and Y. Yoshimura,
Journal of High Energy Physics 2101, 121 (2020).

(2) 学会発表

[口頭発表]

S. Akiyama, D.Kadoh, Y. Kuramashi, T. Yamashita, and Y. Yoshimura,
“Tensor renormalization group approach to four-dimensional complex ϕ^4 theory at finite density”,
Asia-Pacific Symposium for Lattice Field Theory (APLAT2020),
online, Aug. 4-7, 2020.

秋山進一郎, 藏増嘉伸, 山下巧, 吉村友佑,
“テンソル繰り込み群による 3+1 次元有限密度 Nambu-Jona-Lasinio 模型の研究”
日本物理学会 2020 年秋季大会 (素核宇),
online, 9 月 14 日-17 日, 2020 年.

秋山進一郎, 藏増嘉伸, 吉村友佑,
“4 次元 ϕ^4 理論のテンソル繰り込み群による解析”
online, 3 月 12 日-15 日, 2021 年.

(3) その他

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース※	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	50,000	0
Oakforest-PACS	○	1,000,000	0

※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。