

## テンソルネットワーク法を用いた素粒子物理学の研究 Particle Physics with Tensor Network Scheme

吉村 友佑

計算科学研究センター

### 1. 研究目的

テンソルネットワーク(TN)スキームとは, 多体問題を TN 形式によって定式化し, 高精度解析を行う一群の理論的・計算手法的枠組みである. 既存の数値計算手法(モンテカルロ法など)と異なり, (i)原理的に符号問題・複素作用問題がないこと, (ii)計算コストの体積依存性が対数的であること, (iii)グラスマン数を直接扱えること, (iv)分配関数そのものを計算できること, などの魅力的な特徴を有している. 本プロジェクトの目的は, TN スキームにおけるラグランジアン形式に基づくアプローチの一つであるテンソル繰り込み群を発展させ, 4次元格子 QCD 計算に適用可能なアルゴリズムを開発することである. 現時点での課題として, テンソル繰り込み群の(i)非可換ゲージ理論への拡張, (ii)高次元モデルへの応用, (iii)物理量計算のための手法開発, (iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用, という4つが挙げられる.

### 2. 研究成果の内容

令和元年度は, 上記課題(i)~(iv)に対して以下のような研究の進展があった.

課題(i), (iv): 2次元の  $\theta$  項(トポロジカル項)入り U(1)ゲージ理論を TN 法によって数値計算するためのアルゴリズム開発を行った. 具体的には, U(1)ゲージ理論における連続変数の積分に対して Gauss 求積法を適用し,  $\theta = \pi$  における一次相転移の解析に成功した.

課題(ii), (iii): 一般的に, TN 法はモデルの次元が上がるにつれて計算コストが増大する. そのため, これまで TN 法の主な応用例は 2次元モデルに限られており, 4次元モデルへの応用例は存在しなかった. われわれは, 4次元における最も簡単なモデルであるイジングモデルに対して HOTRG 法を応用し, 相転移現象の解析を試みた. その際, 不純物テンソル法と呼ばれるグリーン関数計算手法を用いて内部エネルギーと磁化を計算し, その温度・体積依存性を詳細に調べることによって, 相転移の次数が従来予想されていた 2次ではなく 1次であることを見出した.

### 3. 学際共同利用が果たした役割と意義

TN スキームに基づくアルゴリズムでは, 一般に, 特異値分解に基づいた重要度の高い自由度の選択とブロック変換の一種による疎視化を組み合わせた手続きを反復する. テンソル繰り込み群において最も計算コストを要する部分はテンソルの縮約計算であり, この計算の大部分は行列行列積として実装可能である. 2次元モデルの場合は, 全体の計算時間の約半分を行列行列積計算が占める. 次元が高くなると, この割合は更に増大し, 4次元モデルでは 8割以

上に達する. 行列行列積は演算律速であり, MIC や GPU の高い演算性能を十分に活用することができる. したがって, Cygnus の GPU を用いた演算加速機構および Oakforest-PACS は本プロジェクトに非常に適した計算機システムであり, それらの利用は TN スキームに基づく数値計算にとって極めて有用である.

#### 4. 今後の展望

引き続き, (i)非可換ゲージ理論への拡張, (ii)高次元モデルへの応用, (iii)物理量計算のための手法開発, (iv)素粒子論的に興味深い低次元モデルへの応用, という4つの方向性で研究開発を継続していく.

#### 5. 成果発表

##### (1) 学術論文

“Tensor renormalization group study of two-dimensional U(1) lattice gauge theory with a  $\theta$  term”

Yoshinobu Kuramashi and Yusuke Yoshimura,  
Journal of High Energy Physics 2004, 089 (2020).

“Phase transition of four-dimensional Ising model with higher-order tensor renormalization group”

Shinichiro Akiyama, Yoshinobu Kuramashi, Takumi Yamashita, and Yusuke Yoshimura,  
Physical Review D100, 054510 (2019).

“Three-dimensional finite temperature  $Z_2$  gauge theory with tensor network scheme”

Yoshinobu Kuramashi and Yusuke Yoshimura,  
Journal of High Energy Physics 1908, 23 (2019).

##### (2) 学会発表

[口頭発表]

Shinichiro Akiyama, Yoshinobu Kuramashi, Takumi Yamashita, and Yusuke Yoshimura,

“Phase transition of 4-dimensional Ising model with higher-order tensor renormalization group”,

The 37th Annual International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2019),

Hilton Hotel Wuhan Riverside, Wuhan, China, June 16-22, 2019.

秋山進一郎, 藏増嘉伸, 吉村友佑, 山下巧,  
“高次テンソル繰り込み群による 4 次元 Ising 模型の相転移解析”,  
日本物理学会 2019 年秋季大会,  
山形大学小白川キャンパス, 山形, 9 月 17 日-20 日, 2019 年.

(3) その他

使用計算機	使用計算機 に○	配分リソース※	
		当初配分	追加配分
Cygnus	○	30,000	0
Oakforest-PACS	○	225,000	0

※配分リソースについてはノード時間積をご記入ください。