

# 格子ゲージ理論を用いた量子色力学 における強いCP問題の研究

(Study of strong CP problem with lattice gauge theory)

研究代表者：北野 龍一郎 (KEK / SOKENDAI)

Julien Frison (KEK)

山田 憲和 (KEK / SOKENDAI)

山崎 雅仁 (Kavli IPMU)

# ゲージ理論のトポロジカルな性質を理解したい！

## Main Theme

課題1. 位相感受率 $\chi_t = 0$  と PCAC質量の関係

(Strong CP problem)

課題2. 真空エネルギーの  $\theta$  依存性

( $\theta = \pi$  での自発的CP対称性の破れ)

SU(2) ゲージ理論  $\theta$  依存性

方法1、方法2、方法3

$\theta$  : 経路積分において、トポロジカルに非自明な配位の重みを制御するパラメーター

# 1. 位相感受率 $\chi_t = 0$ と PCAC 質量の関係

- **Strong CP problem ( $\theta \ll 1$ ) に対する 1つの解 “ $m_u = 0$ ”**

*“Within the literature there are even suggestions that the up quark could be essentially massless.”* [PDG2016] (“ $m_u=0$ ” は排除されていない)

そもそも ( $m_u \neq m_d \neq m_s$  のとき) 定義が曖昧

➡ 「"位相感受率  $\chi_t = 0$ " の条件下でハドロン質量を再現するか？」  
を問うべき

➡ **課題 1 「 $\chi_t = 0$  を満たす up クォークの PCAC 質量は 0 か？」**

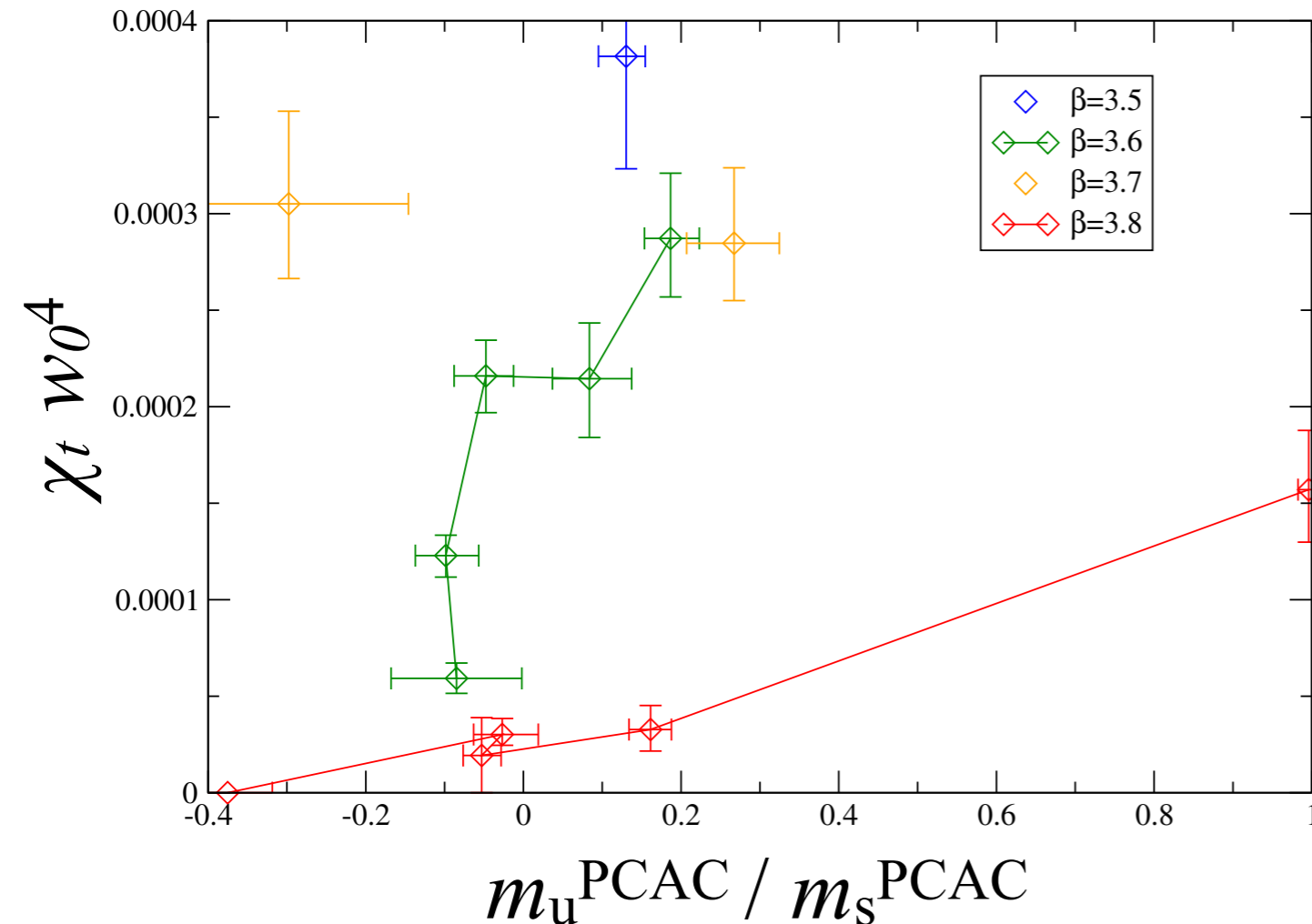
**1 (light) + 2 (heavy) フレーバー QCD のシミュレーション**

なぜ 1 + 2 ?

- 軽いハドロンがないので  $m_u \sim 0$  のシミュレーションが可能
- 't Hooft vertex による加法的な寄与  $O(m_d m_s / \Lambda_{QCD})$  が見やすい

# 課題 1 : 1+2 フレーバーQCDシミュレーション

Topological susceptibility in  $N_f=1+2$



$N_f = 1+2$  clover with  $m_u \ll m_d = m_s$ ,  $V=16^3 \times 32$

$\chi_t = \langle Q^2 \rangle / V$ : 位相感受率,  $Q$ : 位相荷

$\chi_t \propto m_u^{\text{pcac}} ?$

## • 計画

- Fineな格子( $\beta=3.9$ )の配位生成
- $V = 24^3 \times 48$
- $m_d = m_s$  固定で  $m_u$  を4点
- $\sim 800$  configs for each
- bridge++

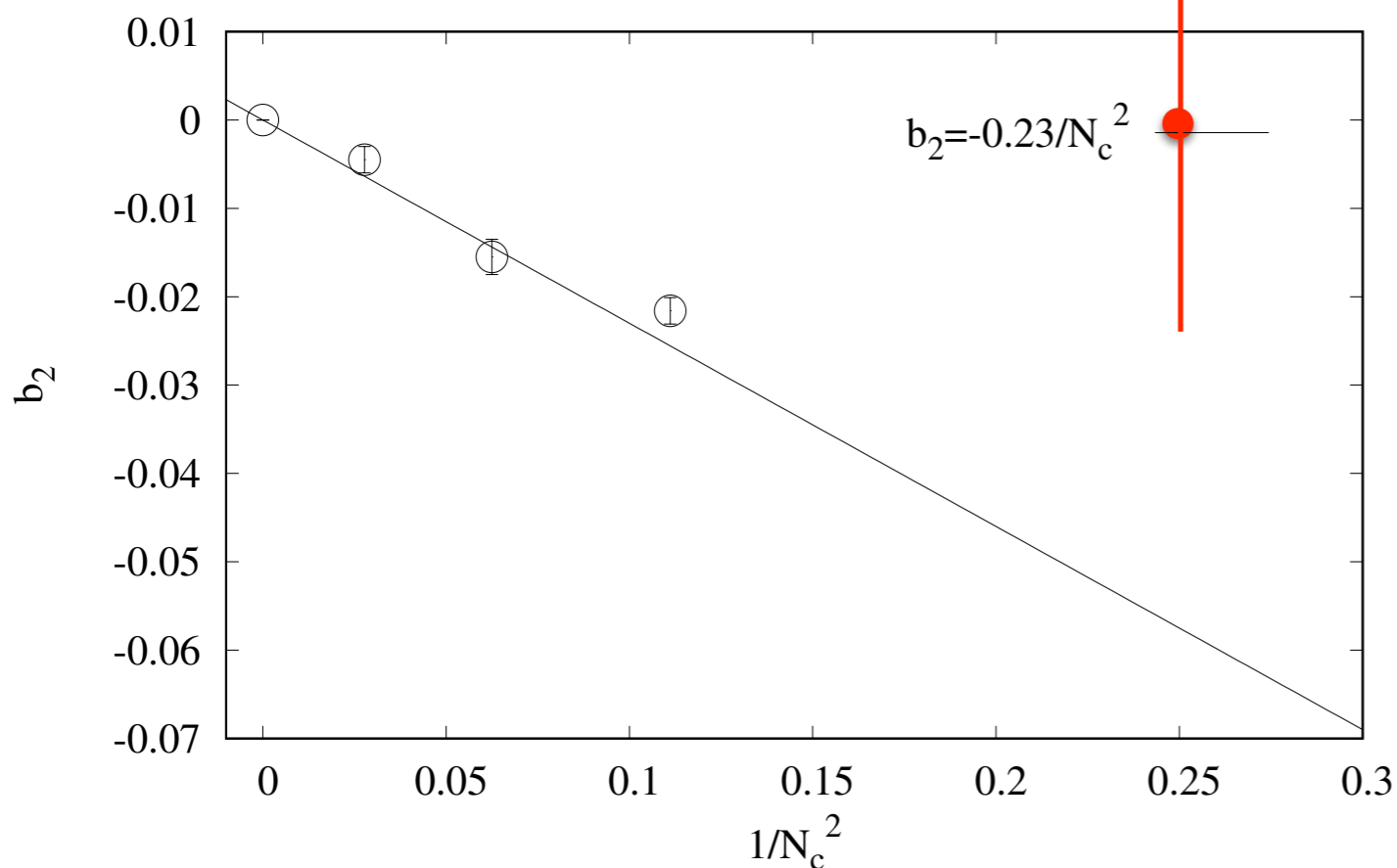
## • 申請時間の根拠

- 配位生成  
72,000 s node /conf / (1  $m_u$ )  
for  $V=16^3 \times 32$   
 $\rightarrow 388,800$  node  $\cdot$  hour
- PCAC質量(4回/conf)と  $Q$ の測定  
(2,500 + 1,500)s node /conf  
 $\rightarrow 72,000$  node  $\cdot$  hour

**課題1計: 450,000 node  $\cdot$  hour on OFP**

# 課題 2 : $SU(2)$ の $\theta$ 依存性 (方法 1)

- Large  $N_c$  ゲージ理論では  $\theta=\pi$  で自発的に CP が破れる [Witten(80,98)]
- $N_c > 2$  でも正しそう
- $1/N_c$  展開が良いとは思えない  $N_c=2$  ではどうか？
- $E(\theta) - E(0) = \chi_t/2 \theta^2 (1 + b_2 \theta^2 + b_4 \theta^4 + \dots)$
- $\theta$  依存性は  $b_i$  が分かると予測できる
- $N_c=2$  では計算されていない



## • 計画(方法 1)

- $3\beta$  で配位生成  $\rightarrow$  連続極限
- 格子サイズ  $16^3 \times 32$  と  $24^3 \times 48$
- $\sim 100,000$  configs for each
- bridge++

## • 申請時間の根拠(方法 1)

- 配位生成  
160 s node /conf for  $V=16^3 \times 32$   
 $\rightarrow 94,500$  node  $\cdot$  hour
- $Q$  の測定  
180 s node /conf  
 $\rightarrow 106,313$  node  $\cdot$  hour

課題2-1計 200,000 node  $\cdot$  hour on OFP

# 課題 2 : SU(2)の $\theta$ 依存性 (方法 2)

- Large  $N_c$  ゲージ理論では $\theta=\pi$ で自発的にCPが破れる [Witten(80,98)]
- $N_c > 2$ でも正しそう
- $1/N_c$  展開が良いとは思えない $N_c=2$ ではどうか?
- 各 $Q$ セクターの作用密度  $s(Q)$  は  $Q, b_2, b_4, \dots$  の関数として書ける  
→  $s(Q)$  を多くの $Q$ で計算すれば、 $b_i (i=2,4,6)$  が求まる。

$$s(Q) - s(0) = \frac{d \ln a}{d\beta} \left[ \left( \frac{2}{\chi_t V} - \frac{2d_2}{(\chi_t V)^2} + \frac{16d_2^2 - 3d_4}{4(\chi_t V)^3} + \dots \right) Q^2 + \left( \frac{d_2}{2(\chi_t V)^3} - \frac{7d_2^2 - d_4}{3(\chi_t V)^4} + \dots \right) Q^4 + \left( \frac{10d_2^2 - d_4}{36(\chi_t V)^5} + \dots \right) Q^6 + \dots \right].$$

where  $b_2 = 12d_2, \quad b_4 = 360d_4.$

## • 計画(方法 2)

- $2\beta, 5Q$
- $V = 16^3 \times 32$  (low  $\beta$ ) and  $24^3 \times 48$  (high  $\beta$ )
- $\sim 2,000$  configs.
- bridge++

## • 申請時間の根拠(方法 2)

- 配位生成(Qを固定する)

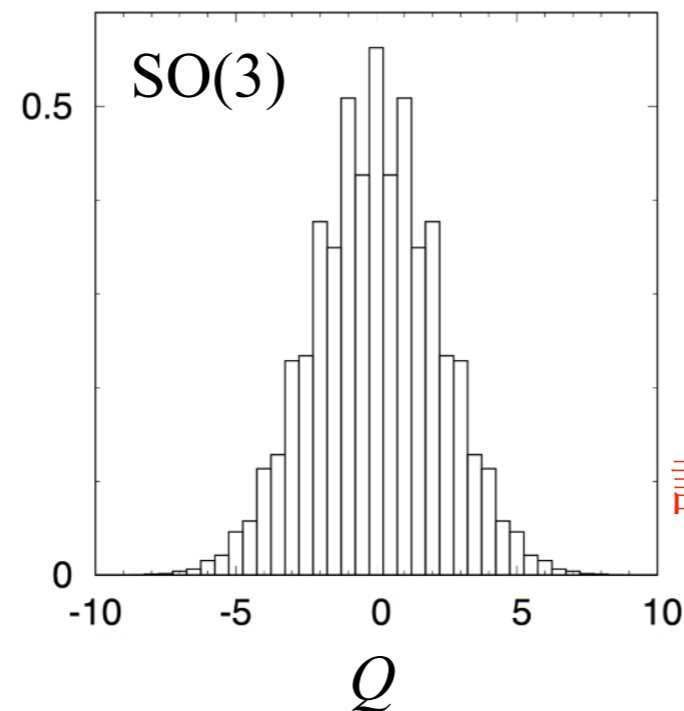
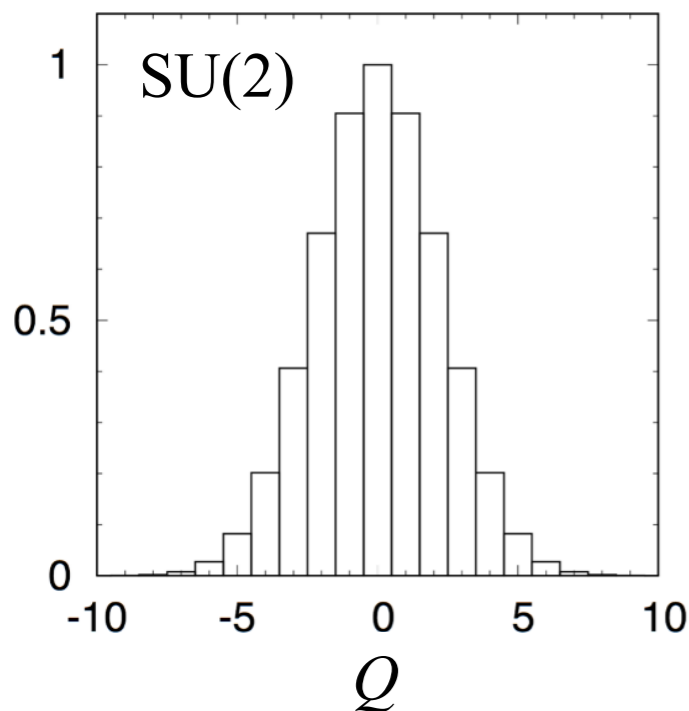
12,000 s node / conf for  $V=16^3 \times 32$

→ 202,083 node · hour

課題2-2計 200,000 node · hour on OFP

# 課題 2 : SU(2)の $\theta$ 依存性 (方法 3)

1. Localな物理量はSU( $N_c$ )とSU( $N_c$ )/Z $N_c$  で等しい
  2. SU( $N_c$ )/Z $N_c$  では非整数の  $Q$  が存在し分配関数は  $\theta$  の $2\pi$ 周期性を失う  $Z(\theta) = \sum Z(Q)e^{-i\theta Q}$
- 1, 2から、 $\theta = \pi$  で自発的CPの破れがおこることが導かれる [Kitano, Suyama, NY (2017)]
  - 非整数  $Q$  のヒストグラムを調べることにより、この考察の妥当性と $\theta \sim \pi$ での真空構造に関する知見が得られる



## • 計画(方法 3)

- 最も簡単なSU(2)/Z $_2 \approx$  SO(3)を調べる
- $2\beta$ ,  $V = 24^3 \times 48$
- $\sim 5,000$  configs
- 自前のコードとbridge++

## • 申請時間の根拠(方法 3)

- 配位生成  
720 s node /conf for  $V=24^3 \times 6$   
→ 16,000 node · hour
- $Q$ の測定 (via  $D^{\text{adj}}_{\text{ov}}$ )  
30,000 s node /conf  
→ 83,333 node · hour

課題2-3計 100,000 node · hour on COMA